

**FILTRADO ANALÓGICO EN INSTRUMENTACIÓN PARA ACONDICIONAMIENTO
DE SEÑALES DE PULSOS EN PROCESOS INDUSTRIALES UTILIZANDO LA
TÉCNICA POSICAST**

INGENIERO JOSÉ LEONARDO SIMANCAS GARCÍA



**UNIVERSIDAD DE LA COSTA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA
ÉNFASIS EN INGENIERÍA INDUSTRIAL
MODALIDAD INVESTIGATIVA
BARRANQUILLA, COLOMBIA**

2017

**Filtrado Analógico en Instrumentación para Acondicionamiento de Señales de Pulsos en
Procesos Industriales Utilizando la Técnica Posicast**

Ingeniero José Leonardo Simancas García

Trabajo para optar al título de magíster en ingeniería

Ph. D. Jaime Vélez Zapata

Tutor

Ph. D. Emiro De la Hoz Franco

Co-tutor

Universidad de la Costa

Maestría en Ingeniería

Énfasis en Ingeniería Industrial

Modalidad Investigativa

Barranquilla, Colombia

2017

Nota de aceptación:

Firma de jurado

Firma de jurado

Barranquilla, 14 de junio 2017

Resumen

El filtrado es fundamental en ambientes industriales para la eliminación del ruido y la interferencia que se combinan con las señales provenientes de sensores. Para realizar tal función existen los filtros analógicos, que pueden ser activos o pasivos. Para el caso de la instrumentación industrial, los filtros activos son los más utilizados, debido a que se puede prescindir de los inductores cuando se requieran implementaciones de alto orden. Las aproximaciones de filtros que presentan mejor desempeño frente al ruido son Tchebyshev. Pero presentan el problema de la introducción de distorsiones en la señal por cuenta del sobre-impulso. Es decir, existe un compromiso entre la eliminación de ruido y la distorsión, y esta última limita la frecuencia de las señales de pulsos que se pueden filtrar debido al tiempo de establecimiento. Mayor eliminación de ruido implica mayor distorsión; menor distorsión implica un desempeño inferior frente al ruido. Ante esto, se propone la utilización de las técnicas de eliminación de sobre-impulsos provistas por la ingeniería de control, en combinación con los filtros de mejor desempeño frente al ruido, buscando una nueva aproximación al diseño de filtros analógicos para acondicionamiento de señales de pulsos que no altere o alterando lo menos posible, la forma de la señal de pulsos. De las técnicas de eliminación de sobre-impulsos, Posicast emerge como opción altamente viable, teniendo en cuenta su buen desempeño en aplicaciones de electrónica industrial, máquinas eléctricas y microelectrónica. Este trabajo se centra en filtros paso-bajo, que son utilizados en el acondicionamiento de señales de pulsos para eliminar el ruido de alta frecuencia, utilizando dos aproximaciones específicas: Bessel y Tchebyshev, debido a que estas representan los dos extremos en lo relacionado con el sobre-impulso en la respuesta temporal de los filtros. Al combinarse con las aproximaciones propuestas, Posicast demuestra ser una técnica adecuada para eliminar la distorsión provocada

por los filtros con mejor desempeño en la respuesta en frecuencia, impactando positivamente el acondicionamiento de señales de pulsos usadas en instrumentación.

Palabras clave: Sistemas ligeramente amortiguados, Posicast, Conformadores de entrada, filtros analógicos.

Abstract

Filtration is essential in industrial environments for eliminating noise and interference that are combined with signals from sensors. To perform such a function there are analog filters, which can be active or passive. In the case of industrial instrumentation, the active filters are the most used, because the inductors can be dispensed with when high-order implementations are required. The filter approach that shows the best performance against noise is Tchebyshev. But it presents the problem of the introduction of distortions in the signal due to the over-shot. That is, there is a compromise between noise suppression and distortion, and the limits the frequency of pulse signals that can be filtered due to establishment time. Less distortion implies a lower performance against noise. It is proposed to use the techniques of elimination of over-impulses provided by the control engineering, in combination with the filters of better performance against the noise, it's possible to get a new approach to the design of analog filters for conditioning of signals of pulses, which does not alter the shape of the pulse signal. Of the techniques of elimination of over-impulses, Posicast emerges, taking into account its good performance in applications of industrial electronics, electrical machines and microelectronics. This project focuses on low pass filters, which are used in the conditioning of pulse signals to eliminate high frequency noise, using two specific approaches: Bessel and Tchebyshev, because these represent the two extremes in relation to the Over-impulse in the temporal response of the filters. When combined with the proposed approaches, Posicast proves to be a suitable technique to eliminate distortion caused by filters with better performance in the frequency response.

Keywords: lightly damped systems, Posicast, Input Shapers, Analog Filers.

Dedicatoria

A la memoria de Luis Alberto...un hermano que partió demasiado pronto...

Agradecimientos

A Dios por todo.

A mis padres, hermana y a Lorena por el apoyo brindado de distintas maneras durante estos años.

A mi hija por existir.

A mis compañeros y amigos, tutor y co-tutor.

A la Universidad de la Costa y sus profesores por el conocimiento impartido durante este tiempo.

Contenido

Lista de tablas y figuras.....	xii
Glosario	xviii
1. Planteamiento del problema	19
2. Justificación.....	27
3. Objetivos	29
3.1 Objetivo general	29
3.2 Objetivos específicos	29
4. Marco conceptual.....	30
4.1 Filtros electrónicos	31
4.1.1 Clasificación según su función.	33
4.1.2 Aproximaciones de los filtros.	36
4.1.3 Consideraciones temporales (estado transitorio) y la respuesta al pulso	46
4.1.4 Transformaciones en frecuencia.....	51
<i>Nota: f_c es la frecuencia de corte del filtro. Por J. Simancas-García, 2017.....</i>	52
4.1.5 Diseño de filtros electrónicos.....	53
4.1.6 Síntesis electrónica de filtros activos	55
4.1.7 Relación entre la implementación electrónica y las aproximaciones.	66
4.1.8 Respuesta temporal de los filtros electrónicos.....	68
4.2 Conformación de entrada (<i>Input Shaping</i>).....	71
4.2.1 Conformación de modo simple	71
4.2.2 Conformación multi-modo.....	76
4.2.3 Coeficientes del sistema	79
4.2.4 Posicast clásico	81
4.2.5 Posicast realimentado	86

5.	Estado del Arte.....	88
5.1	Microelectrónica	89
5.2	Electrónica de potencia.....	93
6.	Metodología	100
7.	Resultados.....	104
7.1	Aproximación de diseño propuesta	104
7.1.1	Contexto.	104
7.1.2	Problema.....	104
7.1.3	Solución.....	108
7.2	Ejercicios de simulación y resultados.....	112
8.	Conclusiones.....	131
	Referencias.....	133

Lista de tablas y figuras

Tablas

Tabla 4.1 Parámetros de los filtros paso-bajo de Tchebyshev (-0.5 dB en $\omega_c=1$ rad/s).	44
Tabla 4.2 Parámetros de los filtros paso-bajo de Tchebyshev (-2 dB en $\omega_c=1$ rad/s).	44
Tabla 4.3 Parámetros de los filtros de Bessel (desplazamiento de fase de $n\pi/4$ en $\omega_c=1$ rad/s)..	48
Tabla 4.4 Parámetros de los filtros de Bessel normalizados en amplitud (-3 dB de amplitud en $\omega_c=1$ rad/s).	49
Tabla 4.5 Parámetros de respuesta temporal en las distintas aproximaciones.....	52
Tabla 4.6 Atenuación para aproximaciones de orden 6.....	69
Tabla 4.7 Desempeño en el dominio de la frecuencia y del tiempo para las aproximaciones.....	70
Tabla 4.8 Ecuaciones para determinar los valores de las amplitudes y los tiempos de los impulsos	76
Tabla 4.9 Comparación de los conformadores multi-modo.....	77
Tabla 4.10 Método de los dos puntos	80
Tabla 5.1 Sobre-impulso y tiempo de establecimiento de amplificador operacional	91
Tabla 5.2 Sobre-impulso y tiempo de establecimiento de amplificadores operacionales	92
Tabla 6.1 Cronograma de Actividades.....	102
Tabla 7.1 Componentes del circuito de filtro para cada una de las aproximaciones	115
Tabla 7.2 Parámetros del sistema Posicast para cada uno de los filtros Tchebyshev	117
Tabla 7.3 Sobre-impulso en filtros Tchebyshev sin Posicast y con Posicast.....	126
Tabla 7.4 Parámetros de Posicast para el filtro con polo modificado implementado en Multisim®.....	126

Figuras

Figura 1.1 Esquema de Control de Procesos Industriales.....	19
Figura 1.2 Esquema detallado de un lazo de control industrial.	20
Figura 1.3 Magnitud de la respuesta en frecuencia para varias aproximaciones de filtros paso-bajos..	21
Figura 1.4 Respuesta del filtro a la entrada escalón unitario.	24
Figura 1.5 Señal de pulsos TTL filtrada con pasa-bajas Butterworth de segundo orden.	25
Figura 1.6 Esquema de un codificador óptico de posición (optical encoders)..	25
Figura 1.7 Interferencias y ruido en señales de pulsos en aplicaciones industriales..	26
Figura 4.1 Esquema conceptual de los filtros electrónicos.....	31
Figura 4.2 Esquema general de un filtro electrónico que procesa dos tonos.....	32
Figura 4.3 Respuesta en magnitud ideal y real de los diferentes tipos de filtros.....	33
Figura 4.4 Especificaciones de magnitud de un filtro paso-bajo aproximado.....	35
Figura 4.5 Polinomio de Tchebyshev de grados 1, 2 y 3.....	40
Figura 4.6 Respuesta en magnitud para filtros normalizados de Tchebyhev de orden 4 y 5.....	41
Figura 4.7 Respuesta en frecuencia y respuesta temporal de un filtro paso-bajo ideal ante entrada escalón unitario.	48
Figura 4.8 Respuesta en frecuencia de un factor de primer orden paso-bajo.	58
Figura 4.9 Diagrama de Bode de un factor de primer orden paso-bajo.....	58
Figura 4.10 Respuesta en magnitud de un factor de segundo orden paso-bajo para diferentes valores de Q	60
Figura 4.11 Respuesta en fase de un factor de segundo orden paso-bajo para diferentes valores de Q	60

Figura 4.12 Clasificación de las implementaciones de filtros electrónicos.....	61
Figura 4.13 Filtro RC-activo VCVS.....	61
Figura 4.14 Red de admitancias para implementar un factor cuadrático VCVS.....	62
Figura 4.15 Etapa paso-bajo de segundo orden Sallen-Key.....	63
Figura 4.16 Etapa paso-bajo de primer orden Sallen-Key.....	65
Figura 4.17 Filtro de orden superior ($N = 4$).....	67
Figura 4.18 Respuesta al escalón unitario de las aproximaciones.....	70
Figura 4.19 Proceso de conformación de entrada.....	73
Figura 4.20 Respuesta de un sistema ligeramente amortiguado a dos impulsos.....	74
Figura 4.21 Principales conformadores de vibración cero.....	78
Figura 4.22 Curvas de sensibilidad de conformadores en modo simple y múltiple.....	78
Figura 4.23 La respuesta al escalón unitario del sistema vibratorio.....	80
Figura 4.24 Aplicación de Posicast de medio ciclo.....	82
Figura 4.25 Respuesta al escalón unitario de un sistema ligeramente amortiguado.....	83
Figura 4.26 Aplicación clásica de Posicast de medio ciclo.....	83
Figura 4.27 Respuesta en frecuencia del sistema Posicast para $\delta = 0.8$ y $T_d = 1$	85
Figura 4.28 Control realimentado híbrido usando Posicast.....	86
Figura 5.1 Clasificación general de la literatura sobre Posicast.....	89
Figura 5.2 Elemento de retardo CMOS para aplicación en Posicast.....	90
Figura 5.3 Sumador analógico CMOS para aplicación en Posicast.....	90
Figura 5.4 Esquema general de un convertidor CC-CC.....	93
Figura 5.5 Circuitos de conversión para reducción (Buck) y elevación (Boost).....	93
Figura 5.6 Respuesta a la entrada escalón unitario de un convertidor CC-CC.....	94

Figura 5.7 Respuesta a una señal de entrada escalón de un convertidor CC-CC con controlador PID..	95
Figura 5.8 Convertidor DC-DC usando controlador hibrido con Posicast..	95
Figura 5.9 Respuesta a la entrada escalón para diferentes ganancias del integrador $C(s)$	96
Figura 5.10 Respuesta a la entrada escalón para diferentes parámetros del sistema Posicast.....	98
Figura 5.11 Respuesta a la entrada escalón para diferentes cargas del convertidor CC-CC..	98
Figura 5.12 Convertidor CC-CC SEPIC.....	99
Figura 7.1 Aproximaciones de Filtros en Matlab®. H_0 es la amplitud en la banda de paso. α_i los coeficientes de amortiguamiento de cada filtro. ω_0 es la frecuencia de corte de los filtros.	106
Figura 7.2 Señal de pulsos en la salida de una aproximación de Bessel. La amplitud en Voltios y el tiempo en segundos.	106
Figura 7.3 Señal de pulsos en la salida de una aproximación de Tchebyshev $Q = 1$. La amplitud en Voltios y el tiempo en segundos.	107
Figura 7.4 Señal de pulsos en la salida de una aproximación de Tchebyshev $Q = 2$. La amplitud en Voltios y el tiempo en segundos.	107
Figura 7.5 Estructura de filtros Tchebyshev con Posicast. H_0 es la amplitud en la banda de paso. α_i los coeficientes de amortiguamiento de cada filtro. ω_0 es la frecuencia de corte de los filtros.	108
Figura 7.6 Esquema de implementación de Posicast en Simulink. $k = \delta/(\delta + 1)$, donde δ es el sobre-impulso. T_d es el periodo amortiguado del sistema.	108
Figura 7.7 Respuesta al escalón unitario de dos filtros Tchebyshev. La amplitud en Voltios y el tiempo en segundos.	110

Figura 7.8 Señal de pulsos en la salida de una aproximación de Tchebyshev $Q = 1$ con Posicast.	
La amplitud en Voltios y el tiempo en segundos.....	110
Figura 7.9 Señal de pulsos en la salida de una aproximación de Tchebyshev $Q = 2$ con Posicast.	
La amplitud en Voltios y el tiempo en segundos.....	111
Figura 7.10 Respuesta en frecuencia de filtros con aproximación Tchebyshev sin Posicast y con Posicast.	112
Figura 7.11 Topología Sallen-Key modificada.....	113
Figura 7.12 Respuesta a la entrada escalón unitario de la aproximación Bessel.....	115
Figura 7.13 Respuesta a la entrada escalón unitario de la aproximación Tchebyshev $Q = 1$	116
Figura 7.14 Respuesta a la entrada escalón unitario de la aproximación Tchebyshev $Q = 2$	116
Figura 7.15 Señal de pulsos en la salida de un filtro Bessel.....	117
Figura 7.16 Señal de pulsos en la salida de un filtro Tchebyshev con $Q = 1$	118
Figura 7.17 Señal de pulsos en la salida de un filtro Tchebyshev con $Q = 2$	118
Figura 7.18 Respuesta en frecuencia de las aproximaciones de filtro implementadas en Multisim®.....	119
Figura 7.19 Esquema de sistema Posicast implementado en Multisim®.....	119
Figura 7.20 Respuesta transitoria de filtro Tchebyshev $Q = 1$ sin Posicast y con Posicast.....	120
Figura 7.21 Respuesta transiente de filtro Tchebyshev $Q = 2$ sin Posicast y con Posicast.....	121
Figura 7.22 Respuesta en magnitud de filtro Tchebyshev $Q = 1$ sin Posicast y con Posicast.....	121
Figura 7.23 Respuesta en fase de filtros Tchebyshev sin Posicast y con Posicast.....	123
Figura 7.24 Respuesta en frecuencia de los filtros Bessel y Tchebyshev con Posicast.....	123
Figura 7.25 Señal de pulsos en la salida de un filtro Tchebyshev con $Q = 2$ sin Posicast y con Posicast.....	126

Figura 7.26 Señal de pulsos en la salida de los filtros Bessel y Tchebyshev $Q = 2$ con Posicast	127
Figura 7.27 Señal de pulsos afectada por ruido térmico.	127
Figura 7.28 Señal de pulsos con ruido en la salida de los filtros Tchebyshev y Bessel.	128
Figura 7.29 Respuesta en frecuencia de los filtros Bessel y Tchebyshev usando Posicast con polo desplazado.	128
Figura 7.30 Respuesta transitoria de filtro Tchebyshev $Q = 2$ con Posicast con polo modificado.	129
Figura 7.31 Señal de pulsos con ruido en la salida de los filtros Tchebyshev $Q = 2$ con Posicast y Bessel.	129
Figura 7.32 Densidades espectrales de potencia de ruido del sistema.	130
Figura 7.33 Ampliación de la zona de interés en Densidad Espectral de Potencia.	130

Glosario

Codificadores ópticos de posición (*Encoders*): Se trata de sensores de instrumentación que se utilizan en la medición de la velocidad de motores eléctricos y demás máquinas rotativas. También son útiles en el monitoreo de la posición de los motores.

Filtros electrónicos: Se trata de circuitos electrónicos selectivos en frecuencia que se utilizan para eliminar ruido de alta frecuencia e interferencias. Se aplican significativamente en instrumentación industrial.

Sistemas ligeramente amortiguados: Son los sistemas que presentan un comportamiento ligeramente oscilatorio en su respuesta transitoria cuando son excitados por una función escalón unitario, antes de alcanzar el estado estable. También son conocidos como sistemas sub-amortiguados, y se caracterizan por tener un factor de amortiguamiento $\alpha < 1$.

Técnicas de *pre-shaping*: se les conoce también como conformadores de entrada. Son técnicas utilizadas para modificar la forma de las señales de entrada o comando en sistemas de control de lazo abierto. Con esto se eliminan o reducen las vibraciones en las respuestas de los sistemas.

Posicast: Se trata de una técnica de *pre-shaping* propuesta por Otto Smith en 1957. Su importancia radica en que es la primera técnica de este tipo. Es limitada en su aplicación, y fue superada por aportes de otros investigadores como Singose y Singer. Sin embargo, en el año 2002, John Hung propuso una modificación al Posicast original, combinándolo con un control realimentado, que supera sus limitaciones.

1. Planteamiento del problema

El esquema general de un sistema de control de un proceso industrial se puede apreciar en la figura 1. Como se observa, la señal de salida del proceso debe ser medida para luego ser retroalimentada, comparada con la consigna o *set-point*, y posteriormente ingresada al controlador para llevar a cabo las acciones correctivas necesarias, a partir de la señal de error. Esta medición debe realizarse utilizando un sistema de medida, el cual no aparece en la figura porque se idealmente se considera transparente para el sistema (la señal originada por el sistema de medida es una copia exacta de la variable que se está midiendo).

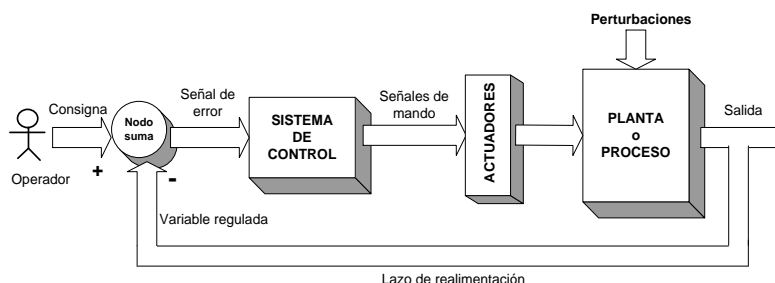


Figura 1. Esquema de Control de Procesos Industriales. Por M. A. Pérez García, 2014, *Instrumentación electrónica*, p. 6. Copyright 2004 de Paraninfo.

Como se aprecia en la figura 2, el sistema de medida está compuesto por un elemento primario o sensor, y un circuito de acondicionamiento de señal. Las funciones básicas del acondicionamiento de señales del sensor son: amplificación y filtrado (Pérez García, 2014).

El filtrado es fundamental para la eliminación del ruido y la interferencia presente en la señal, que es propio de los ambientes industriales. Para realizar tal función existen los denominados filtros analógicos, sean activos o pasivos. Estos filtros se usan en los sistemas como primera etapa de acondicionamiento y procesa las señales como las suministran los sensores, la mayoría de las veces en formato analógico. Existe la posibilidad de utilizar luego

etapas de procesamiento digital, en caso de ser requeridas. En instrumentación industrial los filtros activos son los más utilizados, debido a que se puede prescindir de los inductores cuando se requieran implementaciones de alto orden, y la alta razón de rechazo al ruido que estos dispositivos.

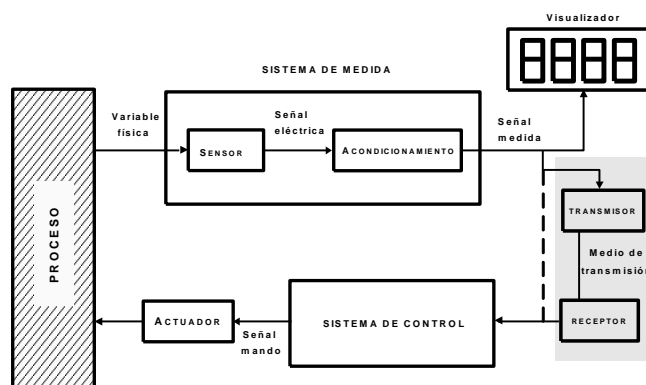


Figura 2. Esquema detallado de un lazo de control industrial. Por M. A. Pérez García, 2014, *Instrumentación electrónica*, p. 8. Copyright 2004 de Paraninfo.

Existen varias aproximaciones de filtro posibles, entre las que se destacan Butterworth, Tchebyshev, Bessel-Thompson y Elíptico o Cuaer. En la figura 3 se presentan las magnitudes de la respuesta en frecuencia para varias de estas aproximaciones, implementando una función pasabajas. Se concluye de la figura que existe una relación inversa entre la calidad de la banda pasante y la calidad en la banda de transición. Entre más estrecha la banda de transición (lo que se considera mejora en la calidad debido a la proximidad con la respuesta ideal del filtro), mayor rizado en la banda pasante (que se interpreta como una reducción de la calidad debido a la variación en la amplificación en la banda pasante). Por tanto, si se requiere una banda de transición de alta pendiente y se tolera cierto nivel de rizado en la banda pasante, se puede utilizar un filtro Chebyshev. Pero si el rizado en la banda pasante no es permitido por la aplicación en cuestión, se debe preferir la aproximación de Bessel-Thompson, con la correspondiente pérdida en la pendiente de la banda de transición.

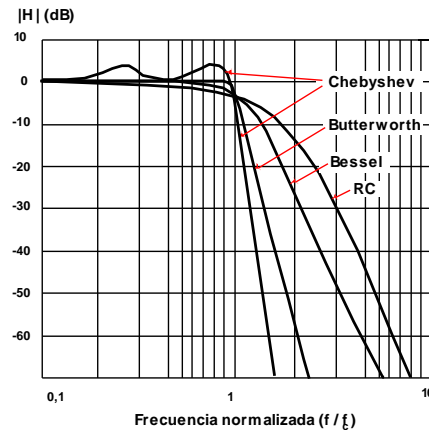


Figura 3. Magnitud de la respuesta en frecuencia para varias aproximaciones de filtros paso-bajos. Por M. A. Pérez García, 2014, *Instrumentación electrónica*, p. 156. Copyright 2004 de Paraninfo.

Esta relación entre aproximaciones también se analiza en el dominio del tiempo, como se aprecia en la figura 4. Se destaca el hecho de que las aproximaciones que tienen la pendiente de la banda pasante más pronunciada, presentan oscilaciones o sobre-impulsos (*Overshoot*) en su respuesta a la función escalón unitario, lo que se traduce en un pobre desempeño en el dominio del tiempo (respuesta transitoria). En muchas aplicaciones ese comportamiento es indeseado, especialmente en aquellas con señales de pulsos, debido a que los altos valores del tiempo de establecimiento, que se da por el bajo factor de amortiguamiento, imponen límites en la frecuencia de las señales filtradas. Una medida muy importante del rendimiento de un sistema digital es la máxima velocidad a la cual es capaz de operar. Aunque muchos factores juegan un papel determinante en la velocidad de operación de un sistema, un factor central es la velocidad de operación de las compuertas lógicas básicas utilizadas en su implementación. Esta velocidad está caracterizada por el tiempo que le toma a la compuerta responder a un cambio en su entrada.

Las señales digitales que se propagan por los sistemas no corresponden a pulsos ideales; esto es, a los pulsos les toma algo de tiempo caer al nivel bajo y elevarse al nivel alto. Se dice que los pulsos tienen tiempos de levantamiento y de caída finitos distintos de cero. Existe un tiempo de retardo entre cada uno de los flancos de un pulso de entrada y el correspondiente cambio en la

salida de una compuerta lógica. Se define el punto de conmutación de la salida como el tiempo en el cual el pulso de salida pasa a través del punto medio de su excursión; lo mismo aplica para el pulso de entrada. El retardo de propagación se define como el tiempo transcurrido entre la ocurrencia del punto de conmutación de la entrada y de la salida. Hay dos retardos de propagación: uno cuando la salida se va de un nivel alto a un nivel bajo; otro cuando va de un nivel bajo a uno alto. El retardo de propagación del dispositivo lógico se calcula a partir del promedio aritmético de los dos retardos mencionados. Este retardo condiciona el periodo mínimo de la señal con la que trabaja el dispositivo lógico, y por ende, la frecuencia máxima de operación.

La causa del tiempo de propagación finito de cualquier dispositivo lógico es el resultado del tiempo necesario para cargar y descargar las diversas capacitancias presentes en el circuito; las correspondiente a las entradas de los dispositivos conectados como cargas, capacitancias MOSFET y al alambrado. Para entender este problema, se debe tener presente que la situación descrita se modela como un circuito de una sola constante de tiempo (STC, *single-time-constant*), para entender la dinámica de este fenómeno de propagación. Cuando una función escalón unitario es aplicada a la entrada de un circuito STC (por su semejanza con los flancos de las señales de pulsos de los sistemas digitales), se observa una respuesta típica de un sistema de primer orden, ya sea paso-bajo o paso-alto. Debido a esto, el retardo de propagación depende simplemente del tiempo de levantamiento y de caída de la señal de salida, entendidos esos últimos como el tiempo que le toma al dispositivo lógico ir del 10% al 90% del valor final de su salida, y el tiempo que le toma ir del 90% al 10%, respectivamente. La constante de tiempo del STC, y por ende los tiempos de levantamiento y caída, dependen exclusivamente de la capacitancia y la resistencia equivalente del circuito lógico modelado.

Sin embargo, cuando los pulsos son filtrados, pasando por sistemas de segundo orden ligeramente amortiguados, que pueden presentar sobre-impulso, la velocidad del sistema ya no depende del retardo de propagación (tiempos de subida y bajada), sino del tiempo de establecimiento correspondiente al sistema de segundo orden ligeramente amortiguado. El tiempo de establecimiento se define como el necesario para acercarse al estado estable del sistema con un error máximo expresado porcentualmente, normalmente de 2% o 5%. El tiempo de establecimiento es inversamente proporcional al coeficiente de amortiguamiento, por ende, cuando los sistemas son ligeramente amortiguados tienen tiempos de establecimiento mayores, generando periodos mínimos de trabajo mayores, lo que comprometería negativamente la máxima velocidad de operación del sistema que genera los pulsos, y de las posteriores etapas de procesamiento.

En la figura 5 se presenta el efecto de un filtro Butterworth en una señal de pulsos TTL. Esos sobre impulsos que se presentan en los flancos de la señal son indeseados, porque afectan la correcta operación del procesamiento digital posterior. La función del filtro en este caso es limitar el contenido espectral, eliminando las componentes de más alta frecuencia combinadas con el ruido, sin alterar o alterando lo menos posible, la forma de la señal de pulsos.

Una aplicación típica en instrumentación donde se requiere el filtrado de señales de pulsos es en los codificadores ópticos de posición (*optical encoders*), los cuales son usados en la medición de velocidad de los motores eléctricos, que junto a las válvulas, son los actuadores más utilizados en los procesos industriales (Maloney, 2004). En la figura 6 se puede ver el esquema de un codificador óptico. Como ya se dijo, el filtrado con tiempos de establecimiento considerables limita la frecuencia de las señales pulsadas, limitando a su vez las velocidades de motor medidas. La etapa de acondicionamiento de señal incluye una interfaz TTL o CMOS, y filtrado para

eliminar ruido e interferencias que se hayan combinado con los pulsos, como se observa en la figura 7.

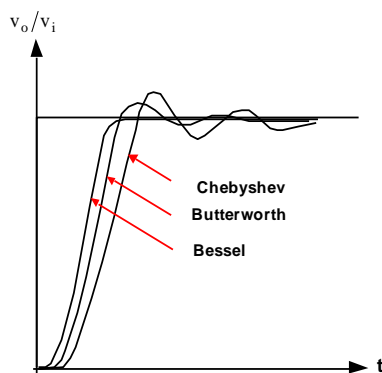


Figura 4. Respuesta del filtro a la entrada escalón unitario. Por M. A. Pérez García, 2014, *Instrumentación electrónica*, p. 150. Copyright 2004 de Paraninfo.

Para este tipo de aplicaciones se prefiere el uso de filtros de Bessel-Thompson, pues como se puede concluir de la figura 4, son los que presentan la mejor respuesta transitoria, dado que los flancos de los pulsos se asemejan a funciones escalón unitario, con la desventaja de un mal desempeño en la banda de transición que limita la eliminación de ruido e interferencias. Las aproximaciones que eliminan más ruido (mejor desempeño frente al ruido) son: Butterworth, Chebyshev y Eliptico o Cuaer. Pero presentan el problema de la introducción de distorsiones en la señal por cuenta del sobre-impulso. Es decir, existe un compromiso entre la eliminación de ruido y la distorsión. Mayor eliminación de ruido implica mayor distorsión. Menor distorsión implica un desempeño inferior frente al ruido.

De todo lo anterior surge la siguiente pregunta de investigación: ¿De qué manera se podría aportar una aproximación al diseño de filtros analógicos de instrumentación para el acondicionamiento de señales de pulsos en la eliminación del sobre-impulso que distorsiona la señal sin comprometer su respuesta en frecuencia?

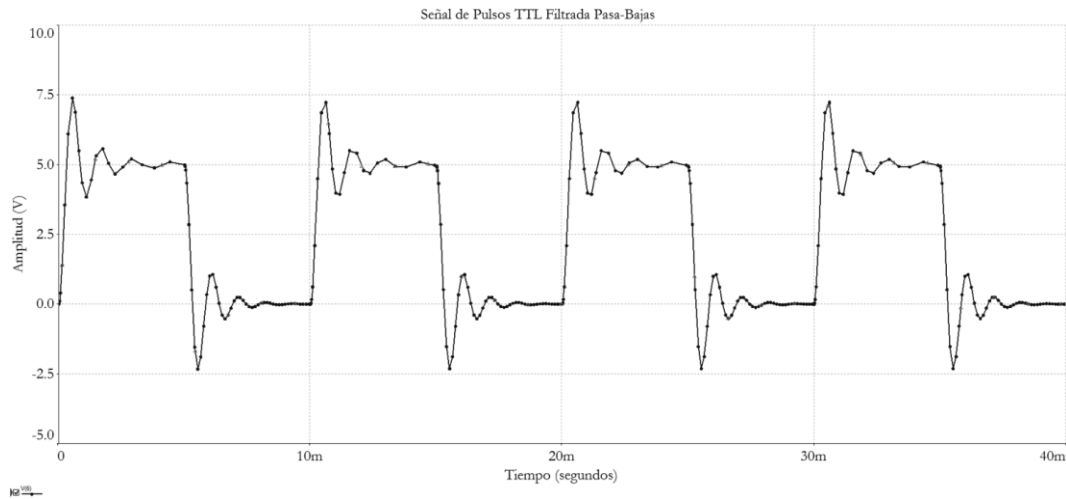


Figura 5. Señal de pulsos TTL filtrada con pasa-bajas Butterworth de segundo orden. Por J. Simancas-García, 2017.

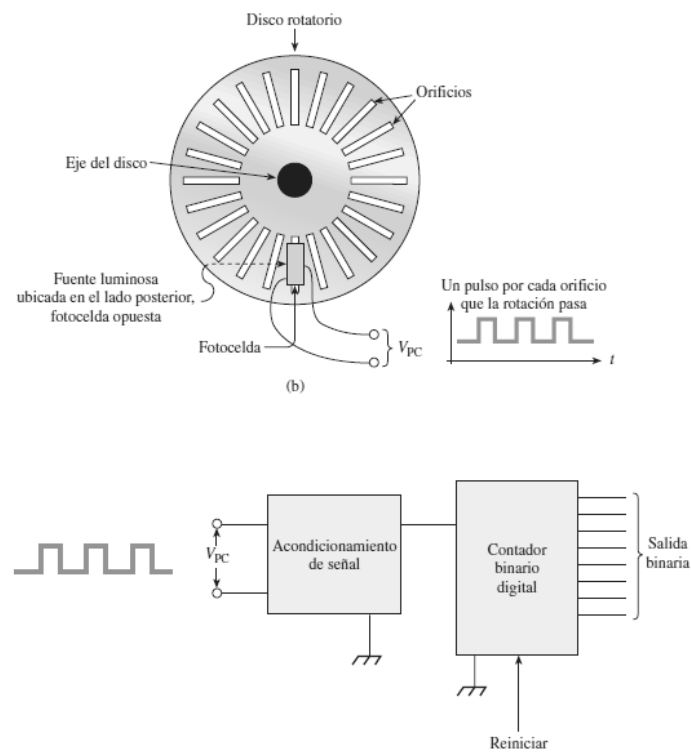


Figura 6. Esquema de un codificador óptico de posición (*optical encoders*). Por T. J. Maloney, 2004, *Modern industrial electronics*, p. 422. Copyright 2004 de Prentice-Hall.

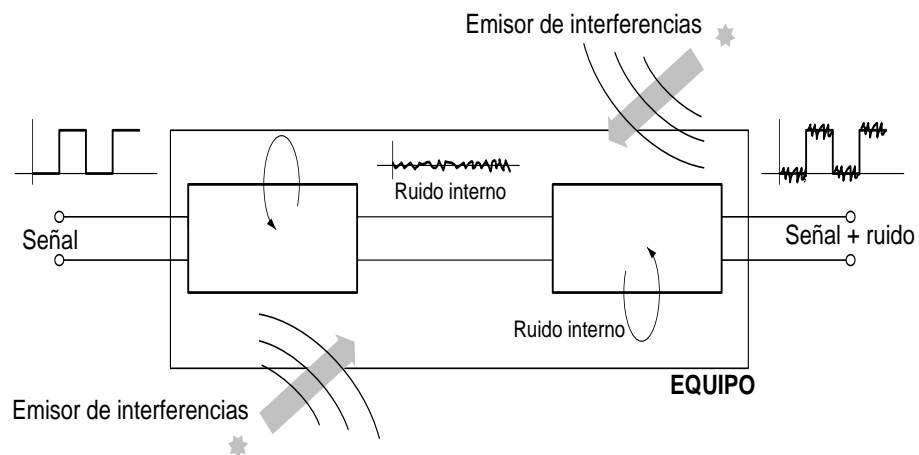


Figura 7. Interferencias y ruido en señales de pulsos en aplicaciones industriales. Por M. A. Pérez García, 2014, *Instrumentación electrónica*, p. 748. Copyright 2004 de Paraninfo.

2. Justificación

Como el problema de los filtros que tienen un mejor desempeño frente al ruido es el sobre-impulso, resulta válido cuestionarse acerca de si el uso de técnicas de eliminación de sobre-impulsos provistas por la ingeniería de control, en combinación con los filtros de mejor desempeño frente al ruido, daría lugar al surgimiento de una nueva aproximación al diseño de filtros analógicos para acondicionamiento de señales de pulsos que no altere o alterando lo menos posible, la forma de la señal de pulsos. En la ingeniería de control, los sobre-impulsos se eliminan de dos maneras: cancelación de polos mediante inversión de modelo y conformadores de entrada (*input shapers* o de *pre-shaping systems*).

La cancelación de polos por inversión de modelo se descarta debido a su sensibilidad al ruido. El modelo invertido tiene el problema de que la ganancia en alta frecuencia se incrementa (paso-alto) con respecto a la ganancia en alta frecuencia del sistema al que se le van a amortiguar las oscilaciones (paso-bajo). Debido a esto, el ruido en alta frecuencia aumenta comprometiendo el correcto funcionamiento del sistema.

Los conformadores de entrada originalmente eran denominados Posicast, porque así fueron llamados por su primer proponente, Otto Smith. Debido a las limitaciones que presentaba este primer sistema de mitigación de oscilaciones, otros investigadores propusieron formas de superarlas, que han sido interpretadas como una versión extendida, de alto orden del Posicast original o multi-modo, pues equivale a tener varios Posicast en cascada. Debido a estas adiciones, en la actualidad no se hace referencia a ellos como Posicast sino como conformadores de entrada, puesto que son sistemas que modifican la forma de la señal de entrada al sistema o entrada de comando. Los conformadores de entrada tienen ganancia limitada en alta frecuencia, lo que hace que sean menos sensibles al ruido en comparación con la inversión de modelo, razón

por la cual es la aproximación explorada en esta investigación. Dentro de los conformadores de entrada el presente trabajo se centra en el Posicast original. La efectividad de Posicast todavía se basa en la cancelación de polos y ceros, por lo que un conocimiento inexacto de los polos dominantes de la planta dará lugar a una oscilación residual. Esta es la razón por la cual, Posicast no ha sido ampliamente utilizado en la práctica y se opta por sus versiones extendidas o multi-modo. Sin embargo, debido a que el sistema objeto de estudio son los filtros electrónicos, los cuales han sido ampliamente estudiados y para los que existe amplia literatura, se da por sentado un conocimiento exacto de los polos del sistema, haciendo suficiente el uso de Posicast original sin requerir sus versiones extendidas. Además, se tiene en cuenta su buen desempeño en aplicaciones de electrónica industrial, máquinas eléctricas y microelectrónica. Como evidencia la literatura, se ha mejorado la velocidad de operación de los amplificadores operacionales usando Posicast como etapa previa a los circuitos; por la eliminación del sobre-impulso presente en la salida que reduce el tiempo de establecimiento de los amplificadores.

3. Objetivos

3.1 Objetivo general

- Desarrollar una aproximación a la solución del problema de sobre-impulsos en el filtrado analógico en instrumentación para acondicionamiento de señales pulsadas en procesos industriales, utilizando la técnica Posicast.

3.2 Objetivos específicos

- Establecer las condiciones de diseño de filtros analógicos para el acondicionamiento de señales de pulsos que implique la utilización de la técnica Posicast.
- Diseñar filtros de prueba para acondicionamiento de señales de pulsos para aplicaciones industriales con eliminación de sobre-impulso.
- Desarrollar ejercicios de simulación que permitan evaluar el desempeño de la solución desarrollada.
- Evidenciar de forma simulada que la aproximación desarrollada soluciona el problema de sobre-impulsos en el filtrado analógico.

4. Marco conceptual

El esquema que se seguirá en el desarrollo de este marco conceptual acerca de los filtros electrónicos, se presenta en la figura 8. En esta investigación no se desarrolla toda la temática de los filtros electrónicos, pues se trata de un amplio campo de trabajo, al que se le han dedicado libros completos (Van Valkenburg, 1982). Por tanto, en este trabajo se desarrollan los filtros paso-bajo, que son los utilizados en el acondicionamiento de señales de pulsos para eliminar el ruido de alta frecuencia. Para tal función, se estudian dos aproximaciones específicas: la de Bessel y la Tchebyshev. La razón de esta escogencia se fundamenta en que estas aproximaciones representan los dos extremos en lo relacionado con el sobre-impulso en la respuesta temporal de los filtros, como ya se vio en el planteamiento del problema. Los filtros digitales están por fuera de esta investigación. Por ende, el eje central es la tecnología de implementación analógica. Para el caso de instrumentación industrial, el filtrado se hace normalmente usando amplificadores operacionales (filtros activos), debido a que se trabaja con señales de baja frecuencia (rango de frecuencia en el que los operacionales trabajan mejor), y su alta CMRR (*Common Mode Reject Ratio*), razón de rechazo en modo común) los hacen eficientes en el manejo de ruido presente (Pérez García, 2014). Lo anterior corresponde a la ruta a seguir en el desarrollo del marco conceptual en lo que respecta a los filtros.

Posteriormente se hará el desarrollo conceptual de Posicast, la técnica utilizada para eliminar el sobre-impulso en los filtros que lo presentan. Se presentarán las diferentes técnicas de conformación de entrada que han existido, para luego concentrar la atención en Posicast como una adecuada para el caso que compete a esta investigación. Se explica cómo el problema de filtrado con sobre-impulso se corresponde con el tipo de sistemas que requieren el uso de

conformadores de entrada. Finalmente se presenta el cómo utilizar Posicast para un caso especificado mediante identificación de sistemas.

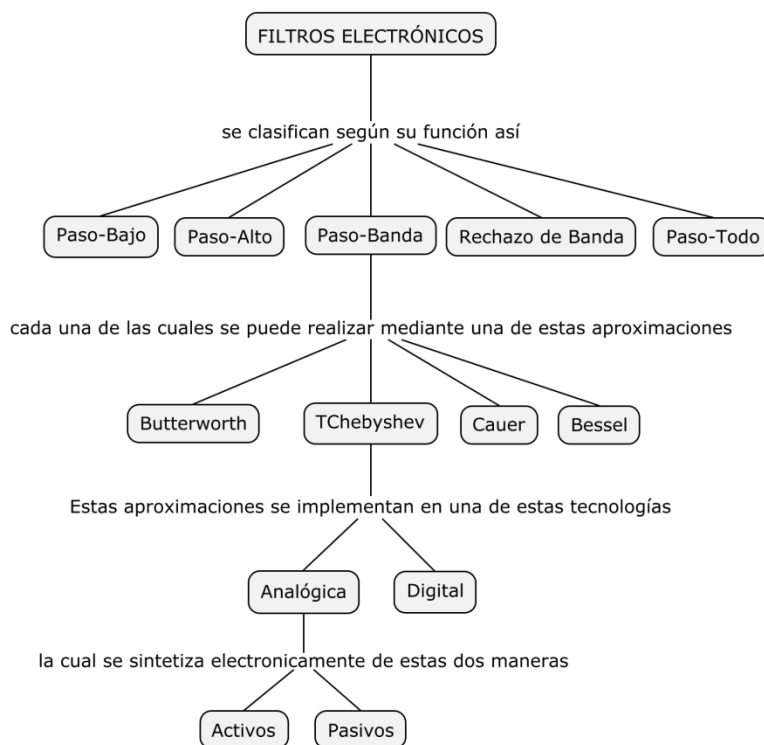


Figura 1. Esquema conceptual de los filtros electrónicos. Por J. Simancas-García, 2017.

4.1 Filtros electrónicos

Un filtro es un circuito o sistema que se encarga de procesar señales sobre una base que depende de la frecuencia, es decir, su comportamiento depende de la frecuencia de la señal que tiene en su entrada. Este hecho se ilustra en la figura 9, en la que se presenta un filtro al que se ingresan 2 tonos de frecuencias f_1 y f_2 , respectivamente, con amplitudes arbitrarias Franco (2002).

Como se puede observar, en la salida del filtro se encuentran dos tonos también, sin embargo, mientras el que tiene frecuencia f_1 ha pasado sin cambios, el de frecuencia f_2 ha sido atenuado. Es claro entonces, que la forma de procesar las señales en la entrada depende de las

frecuencias a las que se encuentren. Se ignora de momento el efecto sobre la fase de la señal de entrada.

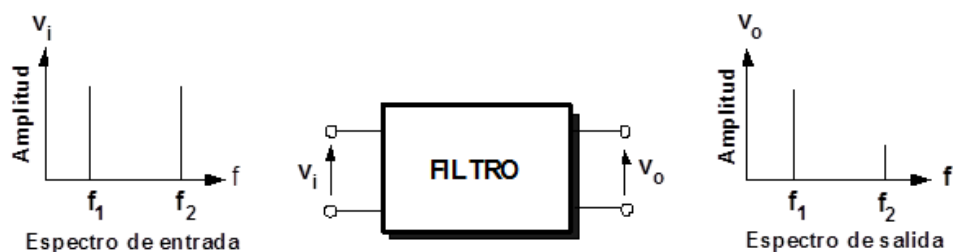


Figura 2. Esquema general de un filtro electrónico que procesa dos tonos. Por M. A. Pérez García, 2014. *Instrumentación electrónica*, p. 146. Copyright 2004 de Paraninfo.

El comportamiento en la frecuencia de los filtros se sintetiza en lo que se llama respuesta en frecuencia, que se obtiene a partir de la función de transferencia haciendo $s = j\omega$, $H(s) = H(j\omega)$, donde $\omega = 2\pi f$ es la frecuencia angular, medida en (rad/s), y j es la unidad imaginaria ($j = \sqrt{-1}$). Hay que decir que $H(s)$ es la razón entre la señal de salida y la de entrada en el dominio de Laplace, asumiendo condiciones iniciales nulas, ($H(s) = v_o(s)/v_i(s)$) (Franco, 2002).

La respuesta en frecuencia, por tratarse de una función compleja, consta de una magnitud y una fase, y esto da lugar a lo que se conoce como respuesta en magnitud $|H(\omega)|$ y respuesta en fase $\angle H(\omega)$, que no es otra cosa la ganancia y el cambio de fase de las señales cuando pasan a través del filtro, para los distintos valores de la frecuencia (Sedra & Smith, 2010).

De estas dos componentes de la respuesta en frecuencia, la más importante, en la mayoría de los casos, es la respuesta en magnitud, que da lugar a la primera clasificación de los filtros según su función en: paso-bajo, paso-alto, paso-banda, rechazo-banda y paso-todo. Se procede en la siguiente sección a explicar esta clasificación.

4.1.1 Clasificación según su función.

Esta clasificación se hace con base en la respuesta en magnitud, pues es la que muestra el efecto que tiene el filtro en las amplitudes de las señales de entrada, según la frecuencia que tengan.

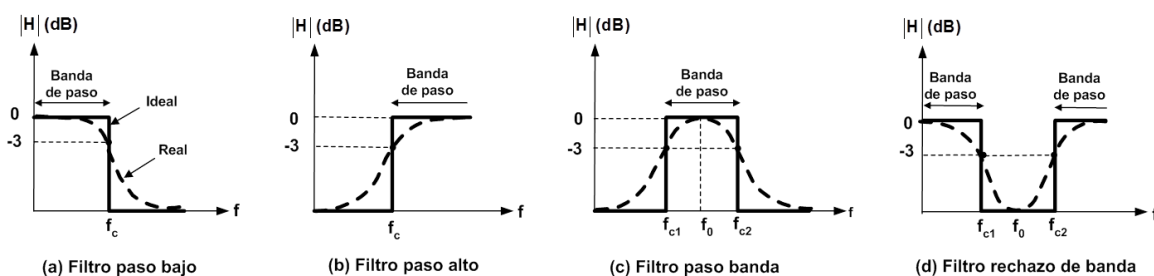


Figura 3. Respuesta en magnitud ideal y real de los diferentes tipos de filtros. Por M. A. Pérez García, 2014, *Instrumentación electrónica*, p. 147. Copyright 2004 de Paraninfo.

Como se puede ver en la figura 10, existen 4 funciones básicas de filtros. Una última que no aparece en la figura es la pasa-todo, que tienen efecto sobre la fase de la señal de entrada, pero dejan constante la magnitud para todas las frecuencias.

A la respuesta paso-bajo la caracteriza una frecuencia de corte ω_c , de tal forma que, $|H| = 1$ (o 0dB) para $f < f_c$ y $|H| = 0$ para $f > f_c$, lo que implica que las señales de entrada con frecuencia menor que f_c pasan a través del filtro sin cambiar su amplitud (banda de paso), mientras las señales con frecuencia mayor que f_c sufre atenuación total, desde la perspectiva ideal. El rango de frecuencia que es eliminado se conoce como banda suprimida, y aplica para todos los filtros. La aplicación principal de este tipo de filtros es la eliminación de ruido de alta frecuencia (Rashid, 2011).

La respuesta paso-alto es la versión complementaria de la anterior. Las señales con frecuencia mayor que la de corte pasan por el filtro sin sufrir atenuación, y las señales de frecuencia menor que la de corte son completamente eliminadas, idealmente (Rashid, 2011).

La respuesta paso-banda está definida por una banda de frecuencias $f_{c1} < f < f_{c2}$, que se denomina banda de paso, tal que las señales con frecuencia dentro de esta banda pasan el filtro sin atenuación, mientras que las señales por fuera de ella ($f < f_{c1}$ y $f > f_{c2}$) son eliminadas o rechazadas. Una aplicación típica de este tipo de filtros es el sintonizador de un radio, que le da la posibilidad al usuario de seleccionar una emisora de interés y bloquear las demás (Rashid, 2011).

La respuesta rechazo-banda es la versión complementaria a la respuesta anterior, porque bloquea o elimina las señales con frecuencia dentro de la banda de rechazo $f_{c1} < f < f_{c2}$, mientras pasan todas las señales con frecuencia fuera de ese rango. Si banda de rechazo es estrecha, la respuesta se denomina *notch*. La aplicación más importante de este tipo de filtros es la eliminación de la frecuencia de la línea de 60 Hz en los equipos biomédicos (Rashid, 2011).

La respuesta paso-todo está definida por $|H| = 1$ para cualquier frecuencia de la señal de entrada. La fase viene dado por $\angle H(j\omega) = -t_0\omega$, donde t_0 es una constante de proporcionalidad que se mide en segundos. Este tipo de filtros pasa señales con cualquier frecuencia sin afectar su amplitud, pero introduce un retraso en función de la frecuencia ω . Por lo anterior, a este tipo de filtros se les suele llamar de retardo. La aplicación principal de estos circuitos es en ecualizadores de retraso, y redes de cambio de fase (Franco, 2002).

Todos estos tipos de filtros estudiados hasta aquí son ideales, ya que tienen respuestas en magnitud perfectas, con bandas de paso que no introducen distorsión alguna en la señal, que cambian abruptamente en la frecuencia de corte a la banda suprimida, y cuya fase es lineal con la frecuencia. Sin embargo, las funciones de transferencia de este tipo de respuestas no es posible implementarlas físicamente (Haykin & Van Veen, 2001a).

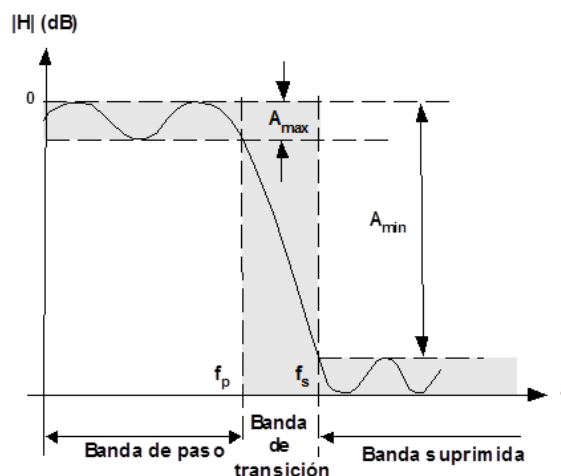


Figura 4. Especificaciones de magnitud de un filtro paso-bajo aproximado. Por M. A. Pérez García, 2014, *Instrumentación electrónica*, p. 149. Copyright 2004 de Paraninfo.

Por tanto, estos modelos de respuesta ideal sólo podrán ser aproximados en la práctica. Se hace necesario flexibilizar las características ideales de los filtros e introducir bandas o regiones de comportamiento en frecuencia que definan lo que puede ser una aproximación aceptable (Haykin & Van Veen, 2001a). De esta forma, un filtro paso-bajo será especificado, en lo que se refiere a su respuesta en magnitud, mediante un conjunto de parámetros que representan las bandas a las que se ajustará dicha respuesta: ganancia y rizado aceptado en la banda de paso, frecuencia de corte, atenuación requerida en la banda suprimida y ancho de la banda de transición (Sedra & Smith, 2010). Por su parte, a la respuesta en fase también se le permitirá una banda de tolerancia respecto al comportamiento lineal deseable dentro de la banda de paso. La figura 11 muestra las especificaciones de respuesta en magnitud de un filtro paso-bajo. En la figura 10 se pueden observar las características aproximadas de los otros tipos de filtros.

En términos generales, el problema de diseño de filtros requiere, en primer lugar, hallar la función de transferencia $H(s)$ físicamente realizable, de tal forma que la respuesta en frecuencia asociada, $H(j\omega)$, presente unas curvas para la magnitud y la fase dentro de los límites especificados. Una vez hallada esta función, se someterá a factorización y posterior síntesis de

cada una de las etapas que se requieran para la implementación electrónica del filtro (Franco, 2002).

Es importante indicar, que la búsqueda de la respuesta en frecuencia $H(j\omega)$ que satisfaga las especificaciones de partida se comienza siempre a partir de un diseño previo paso-bajo, para frecuencia normalizada, aunque el filtro a diseñar no sea estrictamente del tipo paso-bajo (Van Valkenburg, 1982). Una vez conseguida tal función de referencia, se obtiene la versión final de $H(j\omega)$ mediante un proceso de escalado en frecuencia, para el caso en que el filtro que se está diseñando sea paso-bajo, o una transformación compleja en el dominio de la frecuencia, cuando el filtro que se está diseñando es de otro tipo; paso-alto, paso-banda, rechazo de banda (Van Valkenburg, 1982). Encontrar una respuesta paso-bajo prototipo en la aproximación más adecuada para la aplicación de interés es un paso previo ineludible en todo proceso de diseño de filtro. Por lo anterior, las distintas aproximaciones de la figura 8 (Butterworth, Tchebyshev, Cauer y Bessel) que se desarrollan a continuación se harán para una función paso-bajo.

4.1.2 Aproximaciones de los filtros.

Como se han indicado en la sección previa, el diseño de un filtro tiene como primer paso, la búsqueda de la función de transferencia $H(s)$ que tenga una aproximación razonable a la respuesta en frecuencia requerida por la aplicación, tanto para la respuesta en magnitud como en fase (Franco, 2002). Lo común es diseñar $H(s)$ para el cumplimiento de unas especificaciones de amplitud, sin darle mayor importancia al tema de la respuesta en fase. Sin embargo, si esta última se separa significativamente de la requerida por la aplicación, se añaden redes de corrección de fase (la función pasa-todo), que la aproximen a la respuesta en fase requerida sin afectar su magnitud (Rashid, 2011). Ciertas aproximaciones, si las aplicaciones así lo exigen,

aplican los criterios de diseño sobre la respuesta en fase, restándole importancia al comportamiento en magnitud.

La función de transferencia $H(s)$ siempre se diseña como función compleja racional de la variable “s”, por lo que la magnitud al cuadrado de la respuesta en frecuencia asociada es a su vez una función racional de la variable ω , por medio de la sustitución $s = j\omega$. La respuesta en magnitud al cuadrado quedará así (Paarmann, 2001):

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{N(\omega^2)}{D(\omega^2)} \quad (1)$$

Este cociente de funciones de ω debe ajustarse al siguiente comportamiento: no alejarse demasiado de un valor constante para las frecuencias en la banda de paso ($\omega < \omega_p$, para un paso-bajo), al tiempo que para frecuencias situadas en la banda suprimida ($\omega > \omega_p$) debe ser lo más reducido posible (Paarmann, 2001). Esto exige que $D(\omega^2)$ debe incrementarse con ω más rápidamente que $N(\omega^2)$ para $\omega > \omega_p$, asegurando la atenuación en la banda suprimida. Esta característica que deben tener los polinomios del numerador y del denominador de la respuesta en magnitud se ilustra de manera más clara replanteando el denominador en la ecuación (1) (Paarmann, 2001):

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{N(\omega^2)}{N(\omega^2) + P(\omega^2)} \quad (2)$$

Para esta nueva ecuación, la exigencia se plantea en los siguientes términos: $P(\omega^2)$ se debe escoger de tal forma que su valor sea mucho menor que el valor de $N(\omega^2)$ para las frecuencias en la banda de paso, y mucho mayor para frecuencias en la banda suprimida. Estas relaciones funcionales se consiguen mediante una diversidad de combinaciones entre los polinomios $N(\omega^2)$ y $P(\omega^2)$, cada una de las cuales permite obtener una aproximación distinta a la función paso-bajo y a las demás funciones.

Para que sea posible la comparación correcta de las diferentes aproximaciones se deben establecer unas restricciones a la frecuencia de corte y a la magnitud de la respuesta en frecuencia, de tal manera que las especificaciones del filtro para cualquiera de las aproximaciones se definan en un marco común. Por tanto, se establecen unas restricciones de filtro paso-bajo “normalizado” que serán el punto de partida en el diseño de cualquier función de filtro. Esta normalización de la magnitud de la respuesta en frecuencia se sintetiza en los siguientes puntos (Raut & Swamy, 2010)(Haykin & Van Veen, 2001a):

- Frecuencia de corte normalizada: $\omega_p = 1 \text{ rad/s}$ o $\frac{f}{f_c} = 1$.
- $|H(j1)|^2 = 1/(1 + \varepsilon^2)$. Lo que quiere decir que en $\omega = \omega_p$ todas las aproximaciones deben pasar por el mismo punto. El parámetro ε es el factor de rizado de la banda de paso.
- $1/(1 + \varepsilon^2) < |H(j\omega)|^2 = 1$, para frecuencias inferiores a la de corte $\omega < \omega_p$. Por tanto, el rizado aceptado en banda de paso se ha limitado a $(1 + \varepsilon^2)$; como caso particular, para $\varepsilon = 1$ el rizado es de 3 dB.

A continuación se procede al desarrollo de las distintas aproximaciones Tchebysehv y Bessel.

4.1.2.1 Aproximación Tchebyshev. También conocida como de igual rizado. La aproximación Tchebyshev mejora las características de atenuación de los filtros, haciendo la banda de transición más estrecha, con el problema asociado de tener una peor respuesta en fase y un comportamiento rizado en la banda de paso; en la banda suprimida sí hay un comportamiento monótono (Sedra & Smith, 2010) (Franco, 2002). La respuesta en magnitud al cuadrado

normalizada para este tipo de filtros viene dada por la siguiente expresión (Raut & Swamy, 2010):

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 C_N^2(\omega)} \quad (3)$$

Donde ε vuelve a ser el factor de rizado, es decir, determina la oscilación máxima permitida para la amplitud en la banda de paso, y $C_N(\omega)$ es el polinomio de Tchebyshev tipo I de orden N, el cual está definido de la siguiente manera:

$$C_N(\omega) = \cos(N \cos^{-1} \omega) \quad (4)$$

Como la función \cos^{-1} proporciona valores imaginarios para ω superiores a 1, se utiliza una forma alternativa de polinomios Tchebyshev para ese rango de frecuencias, que se presenta a continuación:

$$C_N(\omega) = \cosh(N \cosh^{-1} \omega) \quad |\omega| > 1 \quad (5)$$

De las anteriores definiciones no es claro que $C_N(\omega)$ es un polinomio. O, lo que es lo mismo, que sus características son las exigidas a los polinomios $P(\omega^2)$ que definen las funciones normalizadas paso-bajo que se busca diseñar (Raut & Swamy, 2010). Su naturaleza polinómica se constata evaluando los correspondientes, $C_0(\omega) = 1$ y $C_1(\omega) = \omega$, y aplicando la siguiente fórmula recursiva para la obtención de los órdenes superiores:

$$C_{N+1}(\omega) = 2\omega C_N(\omega) - C_{N-1}(\omega) \quad (6)$$

Con esta ecuación, los polinomios hasta el orden cuatro quedan (Dorf, 1997):

$$\begin{aligned} C_2(\omega) &= 2\omega^2 - 1 \\ C_3(\omega) &= 2\omega(2\omega^2 - 1) - \omega = 4\omega^3 - 3\omega \\ C_4(\omega) &= 8\omega^4 - 8\omega^2 + 1 \end{aligned} \quad (7)$$

Estos polinomios son funciones impares de la frecuencia para N impar, y funciones pares para N par; por tanto, el cuadrado de estos polinomios serán funciones de ω^2 . Estos polinomios exhiben un comportamiento acotado en la banda de paso, incrementando rápidamente su valor con la frecuencia en la banda suprimida. La figura 12 muestra la representación de los polinomios para órdenes 1, 2 y 3, como una función de la frecuencia, donde se ven reflejadas sus propiedades más notables (Raut & Swamy, 2010):

- $C_N(1) = 1$ para todos los N .
- $C_N(-1) = 1$ para todos los N pares; $C_N(-1) = -1$ para los N impares.
- $C_N(\omega) \rightarrow \omega$ para $|\omega| \rightarrow \infty$.
- $C_N(\omega)$ oscila con igual amplitud entre -1 y +1 cuando $|\omega| \leq 1$.

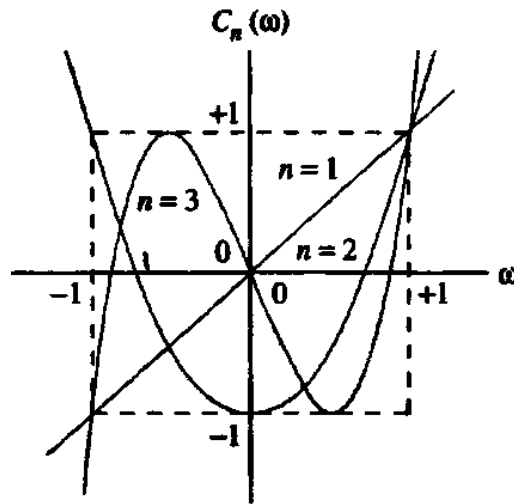


Figura 5. Polinomio de Tchebyshev de grados 1, 2 y 3. Por J. Simancas-García, 2017.

Tales características son compatibles con las exigidas a los polinomios del denominador de las respuestas en magnitud en las aproximaciones paso-bajo normalizadas. La respuesta en magnitud de los filtros Tchebyshev de cuarto y quinto orden se ilustran en la figura 13.

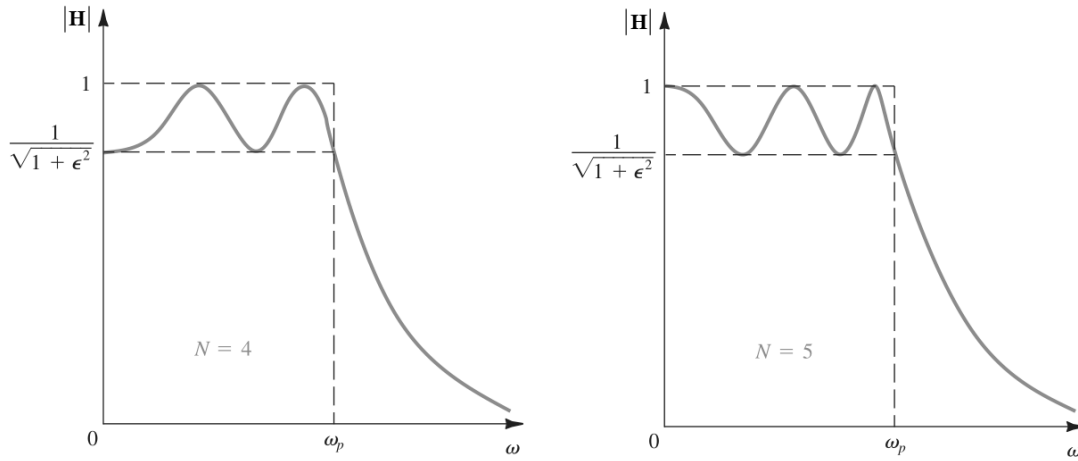


Figura 6. Respuesta en magnitud para filtros normalizados de Tchebyhev de orden 4 y 5. Por A. S. Sedra & K. C. Smith, 1998, *Microelectronic circuits*, p. 898. Copyright 1998 de Oxford University Press.

Se puede observar en esta figura que la respuesta en magnitud cambia entre 1 y

$1/\sqrt{(1 + \epsilon^2)}$ en la banda de paso, y que tal fluctuación se repite N veces. Para N impar el polinomio $C_N(\omega)$ se anula en $\omega = 0$, haciéndose 1 la respuesta en magnitud. Por otro lado, para los órdenes pares $C_N(\omega)$ se hace 1 en el origen de frecuencias, y la respuesta en magnitud será $1/\sqrt{(1 + \epsilon^2)}$ en este punto (Franco, 2002).

Para esta aproximación la pendiente de la respuesta en magnitud en la frecuencia de corte está dada por, derivando la ecuación (3) (Paarmann, 2001):

$$\left. \frac{d|H(j\omega)|}{d\omega} \right|_{\omega=1} = -\frac{\epsilon^2}{(1+\epsilon^2)^{3/2}} N^2 \quad (8)$$

Si se considera un rizado aceptado en banda de paso de 3 dB ($\epsilon = 1$):

$$\left. \frac{d|H(j\omega)|}{d\omega} \right|_{\omega=1} = -\left(\frac{N}{2\sqrt{2}}\right) N \quad (9)$$

Esta ecuación deja claro que la pendiente de la respuesta en magnitud del filtro de Tchebyshev en la frecuencia de corte es mayor que la de otras aproximaciones de filtro, lo que denota un comportamiento mejorado de los primeros en la banda de transición. Se concluye entonces que una aproximación Tchebyshev tiene un mejor comportamiento en la banda de

transición y una mayor atenuación en la banda suprimida, con el impacto de tener un rizado en la banda de paso, y pérdida de linealidad en la respuesta en fase (Franco, 2002).

4.1.2.2 Localización de los polos en el plano complejo. La ubicación de los polos para la aproximación de Tchebyshev se obtiene reemplazando ω por $-js$ en la ecuación de la respuesta en magnitud al cuadrado, e igualando el denominador a cero, lo que resulta en (Sedra & Smith, 2010):

$$1 + \varepsilon^2 C_N^2(-js) = 0 \quad (10)$$

De manera que resolviendo tal ecuación los polos correspondientes al filtro normalizado de orden N se ubicarán en (Sedra & Smith, 2010):

$$-a \sin\left(\frac{\pi}{2N}(1 + 2k)\right) + jb \cos\left(\frac{\pi}{2N}(1 + 2k)\right) \quad (11)$$

Para $k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$

El orden del filtro viene dado por las especificaciones de la banda suprimida a una determinada frecuencia ω_s . La atenuación debe superar un cierto valor mínimo (A). Se puede deducir este valor consiguiendo una ecuación para un N_{min} presentada a continuación (Raut & Swamy, 2010):

$$N_{min} = \frac{\cosh^{-1}\left(\sqrt{(A^2-1)/\varepsilon^2}\right)}{\cosh^{-1} \omega_s} \quad (12)$$

Esta ecuación es equivalente a otra más sencilla, donde no se requiere el cálculo de argumentos de coseno hiperbólico (Raut & Swamy, 2010):

$$N_{min} = \frac{\log\left(g + \sqrt{(g^2-1)}\right)}{\log\left(\omega_s + \sqrt{(\omega_s^2-1)}\right)} \quad (13)$$

Donde $g = \sqrt{\frac{A^2-1}{\varepsilon^2}}$. Una vez obtenido el orden de la aproximación, se puede construir la función de transferencia a partir de la ubicación de los polos. En el numerador habrá una constante, H , que se deduce del valor de la respuesta en frecuencia del filtro en el origen de las frecuencias. $H(j0)$ valdrá 1 para N impar, y $1/\sqrt{(1 + \varepsilon^2)}$ para N par. En el cálculo de H intervienen los valores de ω_k de los términos del denominador, según la ecuación (Paarmann, 2001):

$$H(j0) = \frac{H}{\omega_1^2 \times \omega_2^2 \times \dots \times \omega_K^2} \rightarrow H = H(j0) \prod_{k=1}^K \omega_k^2 \quad (14)$$

En el denominador de la función de transferencia, cada pareja de polos conjugados complejos estará representado por un término cuadrático en s , y los polos reales por un término de primer orden. La tablas 1 y 2 contienen los valores de ω_k y Q_k de cada término cuadrático (y los polos reales en los casos de orden impar) hasta un orden $N = 8$, para los filtros normalizados de Tchebyshev con rizado en la banda de paso de 0.5 dB y 2 dB, respectivamente. Como se puede ver, los valores de factor de calidad de estos filtros (parámetros Q) son significativamente superiores a los de otras aproximaciones, lo que dificulta su implementación. Altos valores de Q complican el proceso de sintonización de las etapas analógicas que sintetizan estos términos.

4.1.2.3 Aproximación Bessel. También conocida como de fase lineal (Franco, 2002).

Como se puede concluir de todo lo dicho hasta ahora, las aproximaciones de filtros se enfocan en la respuesta en magnitud, ignorando en cierta forma la respuesta en fase, que para todos los casos se corrige con etapas de ecualización de fase, si la aplicación así lo exige (Carlson & Crilly, 2010). Para la aproximación de Bessel el criterio es conseguir la fase más lineal posible dentro de la banda de paso, conservando la naturaleza paso-bajo del filtro. Esta aproximación se conoce

como máximamente lineal en fase. Dado que la linealización de la fase equivale a mantener constante el retardo de grupo, la aproximación también es referenciada como de retarde de grupo máximamente plano (Franco, 2002).

Tabla 1

Parámetros de los filtros paso-bajo de Tchebyshev (-0.5 dB en $\omega_c=1$ rad/s)

N	ω_1	Q_1	ω_2	Q_2	ω_3	Q_3	ω_4	Q_4
2	1,23134	0,863721						
3	1,06885	1,70619	0,626456	PR				
4	1,03127	2,94055	0,597002	0,705110				
5	1,01774	4,54496	0,690483	1,17781	0,362320	PR		
6	1,01145	6,51283	0,768121	1,81038	0,396229	0,683639		
7	1,00802	8,84181	0,822729	2,57555	0,503863	1,09155	0,256170	PR
8	1,00595	11,5308	0,861007	3,46568	0,598874	1,61068	0,296736	0,676575

Nota: PR es Polo Real. ω_i son las frecuencias de corte de cada una de las etapas de los filtros, Q_i son los factores de calidad de cada una de las etapas del filtro. Por S. Franco, 2002, *Design with operational amplifiers and analog integrated circuits*, p. 169. Copyright 2002 de McGraw-Hill.

Tabla 2

Parámetros de los filtros paso-bajo de Tchebyshev (-2 dB en $\omega_c=1$ rad/s)

N	ω_1	Q_1	ω_2	Q_2	ω_3	Q_3	ω_4	Q_4
2	0,907227	1,12865						
3	0,941326	2,55164	0,368911	PR				
4	0,963678	4,59388	0,470711	0,929449				
5	0,975790	7,23228	0,627017	1,77509	0,218308	PR		
6	0,982828	10,4616	0,730027	2,84426	0,316111	0,901595		
7	0,987226	14,2802	0,797114	4,11507	0,460853	1,64642	0,155340	PR
8	0,990141	18,6873	0,842486	5,58354	0,571925	2,532267	0,237699	0,892354

Nota: PR es Polo Real ω_i son las frecuencias de corte de cada una de las etapas de los filtros, Q_i son los factores de calidad de cada una de las etapas del filtro. Por S. Franco, 2002, *Design with operational amplifiers and analog integrated circuits*, p. 169. Copyright 2002 de McGraw-Hill.

Se parte de considerar la función de transferencia con los ceros en el infinito, cuya ecuación genérica es (Paarmann, 2001):

$$H(s) = \frac{1}{1+a_1s+a_2s^2+\dots+a_Ns^N} \quad (15)$$

El retardo de grupo deducible de la función de transferencia anterior es (Paarmann, 2001):

$$\tau_{gr} = -\frac{d\theta(\omega)}{d\omega} = \frac{a_1+\omega^2(a_1a_2-3a_3)+\omega^4(5a_5-3a_1a_4+a_2a_3)+\omega^6(5a_1a_6+a_3a_4-3a_2a_5-7a_7)+\dots}{1+\omega^2(a_1^2-2a_3)+\omega^4(a_2^2-2a_1a_3+2a_4)+\omega^6(a_3^2+2a_1a_5-2a_2a_4-2a_6)+\dots} \quad (16)$$

Para que una función racional como la de la ecuación (16) tenga un comportamiento máximamente plano en el origen, los coeficientes de igual potencia de ω en el numerador y denominador deben ser iguales. También es posible forzar el retardo de grupo para que sea la unidad en $\omega=0$ haciendo 1 el coeficiente a_1 . Igualando los coeficientes de las potencias correspondientes del numerador y denominador se obtiene un sistemas de ecuaciones lineales para el cual las incógnitas son las a_i . La solución de este sistema de ecuaciones proporcionan los valores requeridos de los coeficientes, que forman los denominados polinomios de Bessel, cuyas expresiones para los órdenes más bajos son (Paarmann, 2001):

$$p_0(s) = 1$$

$$p_1(s) = s + 1$$

$$p_2(s) = s^2 + 3s + 3$$

$$p_3(s) = s^3 + 6s^2 + 15s + 15 = (s + 2,322)(s^2 + 3,678s + 6,460) \quad (17)$$

$$p_4(s) = s^4 + 10s^3 + 45s^2 + 105s + 105 = (s^2 + 5,792s + 9,140)(s^2 + 4,208s + 11,48)$$

Los polinomios de Bessel de la ecuación (17) se obtuvieron para un retardo normalizado a la unidad, dada la elección de la que se partió. Para este caso no existen condiciones exigidas a las

funciones de filtro obtenidas. El ajuste de las respuestas en frecuencia para que pasen por los puntos del marco comparativo se realiza mediante un paso adicional de escalado de frecuencia, específico para cada orden de filtro.

La ley de recurrencia para hacer el cálculo de estos polinomios es (Raut & Swamy, 2010):

$$p_N(s) = (2N - 1)p_{N-1}(s) + s^2 p_{N-2}(s) \quad (18)$$

Si se realiza la comparación entre esta aproximación y la de Tchevyshev, se concluye que la última tiene mejor respuesta en magnitud, con una pendiente más pronunciada, mientras Bessel tiene una respuesta en fase más lineal en la banda de paso (Franco, 2002).

Hay una manera alterna de definir la frecuencia de corte para filtros de aproximación Bessel, que se diseñan para cumplir especificaciones de fase. Esta definición alterna se hace con base en el desplazamiento de fase, y queda establecida así: La frecuencia de corte es aquella para la cual el desplazamiento de fase es la mitad del desplazamiento máximo posible.

Por tanto, para un filtro de orden N la frecuencia de corte estará dada, según la definición anterior, por la siguiente ecuación:

$$\theta(\omega)|_{\omega=\omega_c} = \frac{\theta(\omega)_{max}}{2} = \frac{n\pi/2}{2} = \frac{n\pi}{4} (rad) \quad (19)$$

La tabla 3 presenta los parámetros de los términos cuadráticos de los filtros de Bessel normalizados en frecuencia según especificación de las fases, es decir, $\omega_c=1$ rad/s es la frecuencia a la que la fase se desplaza $n\pi/4$. La tabla se calcula hasta el orden 8. La tabla 4 presenta los mismos parámetros, pero aplicados a especificaciones de la respuesta en magnitud.

4.1.3 Consideraciones temporales (estado transitorio) y la respuesta al pulso.

Un pulso u otra señal de transición abrupta, está compuesta por componentes de alta frecuencia que resultarán atenuadas si es sometida a un filtro del tipo paso-bajo. Por tanto, el

proceso de filtrado de pulsos tiene como consecuencia el suavizado de estos últimos, efecto que se estudia en el dominio del tiempo (Schwartz, 1990). Tal estudio proporciona información útil para los sistemas que utilizan señales pulsadas, como los codificadores ópticos. El funcionamiento temporal de los filtros se encuentra condicionado por la repuesta transitoria (Carlson & Crilly, 2010). El estado transitorio es la forma que tiene un sistema para llegar a su estado permanente o estacionario, partiendo de condicione iniciales distintas a las que corresponde al mencionado estado permanente (Dorf, Richard C., 2011).

Para el estudio y análisis del estado transitorio de un sistema se utiliza la una entrada tipo escalón unitario. Sin embargo, las entradas escalón son irrealizable físicamente, dado su abrupto cambio y su infinita duración. Por eso, lo correcto no es llamarlas señales sino funciones matemáticas (Couch, 2013). Aunque no sean físicamente posibles, la función escalón se puede reemplazar por escalón que se repite varias veces, es decir, una señal cuadrada o pulsada de baja frecuencia. Debe ser de baja frecuencia, para que los cambios de estado de la señal estén suficientemente separadas en el tiempo, y cuando ocurra una conmutación ya se encuentre extinguido el estado transitorio de la conmutación anterior, y entonces la respuesta temporal del filtro se asemeje a la de una entrada escalón (Carlson & Crilly, 2010).

En la figura 14 Se presenta la respuesta a una entrada de tipo escalón unitario de un filtro paso-bajo ideal (cuando $T = 0$). Como se puede observar, el filtro elimina totalmente todas las componentes de alta frecuencia ($\omega > \omega_c$), generando precursores, sobre-impulso y oscilaciones en la salida del filtro. Este fenómeno se conoce como de Gibbs. Cuando se lleva esto al campo de las aproximaciones reales de los filtros se encuentra que los filtros poco selectivos, los cuales atenúan gradualmente pero no de manera total las componentes de alta frecuencia, entregan una salida sin fenómeno de Gibbs. La aproximación que se ajusta a este caso es la Bessel. Por otra

parte, la respuesta al escalón de un filtro más selectivo (digamos Butterworth de alto orden, Tchebyshev) se asemeja más a la del filtro ideal, con la diferencia de que $T \neq 0$ (Carlson & Crilly, 2010).

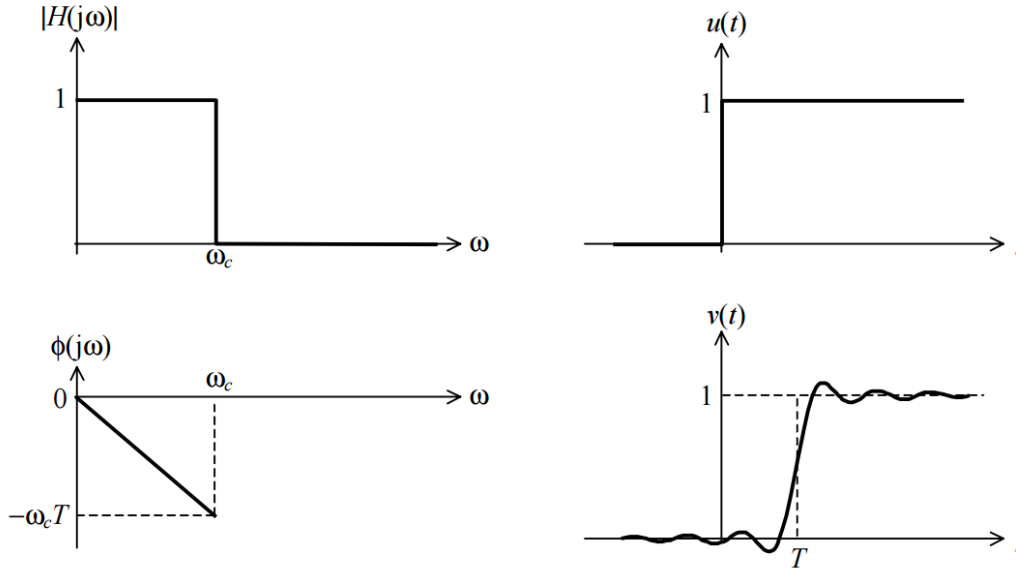


Figura 7. Respuesta en frecuencia y respuesta temporal de un filtro paso-bajo ideal ante entrada escalón unitario. Por J. Simancas-García, 2017.

Llegado este punto se debe definir el concepto de tiempo de subida. El tiempo de subida se considera como una medida de la velocidad de una respuesta a la entrada escalón unitario, y es definido como el intervalo de tiempo t_r durante el cual la salida va del 10% al 90% de su valor final. El tiempo de subida de un filtro paso-bajo ideal se calcula por medio de la siguiente ecuación (Carlson & Crilly, 2010):

$$t_r = \frac{0.44}{f_c} \quad (20)$$

Donde f_c es la frecuencia de corte o ancho de banda del filtro paso-bajo ideal, que para este caso coinciden. Sin embargo, suele ser práctica común utilizar la siguiente relación empírica aproximada (Carlson & Crilly, 2010):

$$t_r \approx \frac{1}{2f_c} \quad (21)$$

Tabla 3

Parámetros de los filtros de Bessel (desplazamiento de fase de $n\pi/4$ en $\omega_c=1$ rad/s)

N	ω_1	Q_1	ω_2	Q_2	ω_3	Q_3	ω_4	Q_4
2	1,00000	0,57735						
3	1,07869	0,69105	0,98556	PR				
4	1,07890	0,80554	0,96232	0,52193				
5	1,08504	0,91648	0,96200	0,56354	0,92864	PR		
6	1,09270	1,02331	0,96901	0,61119	0,92014	0,51032		
7	1,10034	1,12626	0,97844	0,65083	0,92148	0,53236	0,90434	PR
8	1,10046	1,22567	0,98204	0,71085	0,92115	0,55961	0,89419	0,50599

Nota: PR es Polo Real. ω_i son las frecuencias de corte de cada una de las etapas de los filtros, Q_i son los factores de calidad de cada una de las etapas del filtro. Por S. Franco, 2002, *Design with operational amplifiers and analog integrated circuits*, p. 169. Copyright 2002 de McGraw-Hill.

Tabla 4

Parámetros de los filtros de Bessel normalizados en amplitud (-3 dB de amplitud en $\omega_c=1$ rad/s)

N	ω_1	Q_1	ω_2	Q_2	ω_3	Q_3	ω_4	Q_4
2	1,2742	0,57735						
3	1,44993	0,69105	1,32475	(Polo real)				
4	1,60544	0,80554	1,43241	0,52193				
5	1,75812	0,91648	1,55876	0,56354	1,50470	(Polo real)		
6	1,90782	1,02331	1,69186	0,61119	1,60653	0,51032		
7	2,05279	1,12626	1,82535	0,66083	1,71911	0,53236	1,68713	(Polo real)
8	8,19237	1,22567	1,95645	0,71085	1,83514	0,55961	1,78143	0,50599

Nota: PR es Polo Real. ω_i son las frecuencias de corte de cada una de las etapas de los filtros, Q_i son los factores de calidad de cada una de las etapas del filtro. Por S. Franco, 2002, *Design with operational amplifiers and analog integrated circuits*, p. 169. Copyright 2002 de McGraw-Hill.

Existe una relación clara entre la entrada escalón unitario y una señal pulso. Si se considera un pulso de altura unitaria y duración τ , que inicia en $t = 0$, se puede escribir como sigue (Carlson & Crilly, 2010):

$$p(t) = u(t) - u(t - \tau) \quad (22)$$

Por tanto, conocer la respuesta a la entrada escalón arroja información valiosa acerca del comportamiento del filtro, y sobre su desempeño en el procesamiento de señales de pulsos. Dicho lo anterior, se establecen los requerimientos del filtro para el procesamiento de señales de pulsos. La salida sin distorsión de los pulsos filtrados paso-bajo requiere un ancho de banda significativo (Carlson & Crilly, 2010):

$$f_c \gg \frac{1}{\tau_{min}} \quad (23)$$

Donde τ_{min} representa el ancho del pulso de menor duración que estará presente en la salida del filtro. Por otro lado, si la aplicación sólo requiere detectar la presencia del pulso o medir su amplitud, es suficiente con ancho de banda menor dado por la siguiente relación empírica y útil (Carlson & Crilly, 2010):

$$f_c \geq \frac{1}{2\tau_{min}} \quad (24)$$

La ecuación anterior también da la condición para distinguir entre pulsos de salida separados τ_{min} o más. La escogencia de un ancho de banda menor, o una menor separación entre los pulsos, ocasionaría un traslape considerable que impediría la identificación efectiva de los pulsos separados (Carlson & Crilly, 2010).

Adicionalmente a la detección y resolución de las señales de pulsos, se considera la posición del pulso relativa a algún tiempo de referencia. Tales mediciones tienen cierta ambigüedad inherente debido a la forma suavizada de los pulsos en la salida, y a la duración no nula de los flancos de subida y bajada (tiempo de subida y bajada, considerados de igual valor). Si la

aplicación exige un tiempo de subida mínimo especificado, la ecuación 21 da el ancho de banda f_c requerido por el filtro (Carlson & Crilly, 2010):

$$f_c \geq \frac{1}{2t_{r_{min}}} \quad (25)$$

La cual es otra regla empírica útil en el diseño de filtros.

En la tabla 5 se presentan algunos de los parámetros característicos de la respuesta temporal a una entrada escalón unitario, para las distintas aproximaciones de filtros que se han desarrollado hasta el momento. Las frecuencias de corte f_c corresponde con una atenuación de 3 dB en la aproximación Butterworth, al máximo rizado permitido en la aproximación Tchebyshev y un desplazamiento de $\frac{n\pi}{4}$ en la aproximación de Bessel. Se puede concluir de la tabla que los filtros de Bessel presentan una más rápida respuesta al escalón y un menor sobre-impulso máximo. En contraposición, los filtros de Tchebyshev tienen un sobre-impulso elevado y un creciente factor de rizado, ϵ , debido a su deficiente desempeño en la respuesta en fase (Carlson & Crilly, 2010).

4.1.4 Transformaciones en frecuencia.

En las secciones anteriores se han desarrollado diversas aproximaciones al diseño de filtros normalizados paso-bajo, $\omega_c=1$ rad/s, requiriéndose un cambio de variable para convertir la función normalizada de partida en la que corresponde a un filtro paso-bajo con frecuencia de corte arbitraria. Para hacer esto sólo se debe reemplazar s por s/ω_c . También es posible el diseño de otros tipos de filtros partiendo del prototipo paso-bajo realizando el cambio de variable adecuado. Los cambios de variable para conseguir las funciones de transferencia para filtros paso-alto, paso-banda y rechazo de banda, partiendo del filtro paso-bajo normalizado, son las que se presentan a continuación (Haykin & Van Veen, 2001b):

Tabla 5

Parámetros de respuesta temporal en las distintas aproximaciones

	Orden	Sobre-impulso	Tiempo de Establecimiento		
		%	1%	0,1%	0,01%
Bessel	2	0,4	$0,8/f_c$	$1,4/f_c$	$1,7/f_c$
	4	0,8	$1,0/f_c$	$1,8/f_c$	$2,4/f_c$
	6	0,6	$1,3/f_c$	$2,1/f_c$	$2,7/f_c$
	8	0,3	$1,6/f_c$	$2,3/f_c$	$3,2/f_c$
Tchebyshev (0,4 dB)	2	11	$1,1/f_c$	$1,6/f_c$	-
	4	18	$3,0/f_c$	$5,4/f_c$	-
	6	21	$5,9/f_c$	$10,4/f_c$	-
	8	23	$8,4/f_c$	$16,4/f_c$	-
Tchebyshev (1,6 dB)	2	21	$1,6/f_c$	$2,7/f_c$	-
	4	28	$4,8/f_c$	$8,4/f_c$	-
	6	32	$8,2/f_c$	$16,3/f_c$	-
	8	34	$11,6/f_c$	$24,8/f_c$	-

Nota: f_c es la frecuencia de corte del filtro. Por J. Simancas-García, 2017.

$$\begin{aligned}
 H_{HP}(s) &= H_{LP}(s_{LP})|_{s_{LP}=\omega_c/s} \\
 H_{BP}(s) &= H_{LP}(s_{LP})|_{s_{LP}=s^2+\omega_o^2/sBW} \\
 H_{SP}(s) &= H_{LP}(s_{LP})|_{s_{LP}=sBW/s^2+\omega_o^2}
 \end{aligned}
 \tag{26}$$

En este grupo de ecuaciones s_{LP} denota la variable s en la función de transferencia prototipo, que es la del filtro paso-bajo normalizado. En la transformación paso-alto, ω_c es la frecuencia de corte especificada para este tipo de filtros según los requerimientos de la aplicación. En los filtros paso-banda y banda rechazo de banda ω_o es la frecuencia central, que está definida como la media geométrica de las frecuencias que determinan los límites de la banda de interés (ω_{c1} y ω_{c2}), y en algunos casos como la media aritmética. El parámetro BW es el ancho de banda definido como la diferencia entre ω_{c1} y ω_{c2} .

4.1.5 Diseño de filtros electrónicos.

El diseño en electrónica se desarrolla, en la mayoría de los casos, usando un procedimiento bien establecido que consta de una precisa secuencia de pasos genéricos, que se detallan a continuación (Pardo Carpio & Boluda Grau, 2004):

- Establecimiento de las prescripciones o especificaciones de alto nivel.
- Transformación de las especificaciones a una descripción detallada de comportamiento en un lenguaje formal (lenguajes de descripción de sistemas ingenieriles, textual o gráfica). A partir de la descripción se pueden usar herramientas software de simulación funcional para verificar que se cumplen las especificaciones requeridas por la aplicación. Ejemplos de esto son Matlab, VHDL, Verilog, entre otros.
- Transformación de la descripción funcional a una de tipo estructural, formulada como una topología de interconexiones de componentes predefinidos en unas librerías. Esta fase recibe la denominación de síntesis, y puede reiterarse a lo largo de una jerarquía de niveles de abstracción. Es posible comprobar una vez más, la correspondencia entre la descripción original (comportamental) y final (estructural) de esta fase por medio de herramientas de verificación y simulación.
- Finalmente, se obtiene el sistema físico, que se ajusta y verifica. Se evalúan las funciones de costo del prototipo final obtenido, para luego proceder a la producción en masa, si da lugar.

Este procedimiento general se aplica y concreta en los diferentes tipos de sistemas electrónicos, sean estos analógicos o digitales. Dentro de los sistemas electrónicos analógicos se encuentran los filtros activos y su implementación. Se trata entonces de plantear los aspectos relacionados con el problema de especificación y caracterización de los filtros activos, y su

síntesis usando módulos electrónicos analógicos. Dicho de otra manera, se trata de aplicar el procedimiento general de diseño antes descrito, para conseguir filtros analógicos implementados con una cascada de etapas de primer y segundo orden basadas en amplificadores operacionales, a partir de especificaciones bien definidas en el dominio de la frecuencia. Como ya se dijo, el procedimiento a seguir en el diseño de los filtros se ajusta al usado para el diseño de un sistema electrónico arbitrario (Franco, 2002):

- Establecimiento de las especificaciones generales en términos de unas bandas de comportamiento expresadas en el dominio de la frecuencia: ganancia en banda de paso, frecuencias características, atenuación en la banda suprimida, rizado aceptado, linealidad de la fase, entre otras.
- Obtener una función de transferencia, $H(s)$, físicamente realizable, que cumpla las especificaciones impuestas por la aplicación. Se debe elegir la aproximación más adecuada, de las estudiadas en las secciones anteriores, en función del cumplimiento de las especificaciones. Además se debe añadir la restricción de conseguir el cumplimiento de las especificaciones usando una cantidad mínima de módulos electrónicos. En esta fase se requiere la factorización de la función de transferencia, que se expresará como un producto funciones (etapas) de primer y segundo orden.
- Sintetizar cada una de las funciones conseguidas usando estructuras preestablecidas de componentes pasivos y activos. Cada uno de los parámetros característicos de las funciones factorizadas se transformarán, mediante ecuaciones de diseño, en los valores de los componentes electrónicos que implementarán la función requerida.
- Finalmente se lleva a cabo la construcción física, así como su ajuste, verificación y caracterización. Primero se hace por etapas separadas, y luego para el circuito completo.

La implementación de las etapas diseñadas conforme al procedimiento antes descrito, se efectúa usando redes RLC pasivas, o usando circuitos RC-activos, los cuales usan amplificadores, resistencias y condensadores. Los problemas asociados con las bobinas, tales como su tamaño, disipación, no linealidad, y la dificultad para su inclusión en circuitos integrados, hacen preferible la segunda forma de implementación cuando se trata de aplicaciones en el rango de las audiofrecuencias y sub-audio, pues el valor finito del producto *ganancia* \times *ancho de banda* de los amplificadores operacionales, dificultan su aplicación en altas frecuencias (Malvino, 2015).

Hasta ahora, se han desarrollado las especificaciones y las aproximaciones que sintetizarán esas especificaciones. Se desarrolló la factorización mediante la obtención de los polos y ceros de las funciones de transferencias de las aproximaciones estudiadas, para diferentes órdenes de filtros. Se procede ahora a presentar de manera concreta el contenido de cada uno de los factores de primer y segundo orden y su transformación en circuitos electrónicos. A esto se le denomina síntesis electrónica de los filtros.

4.1.6 Síntesis electrónica de filtros activos.

En las secciones anteriores se han obtenido las funciones de transferencia que permiten implementar las aproximaciones de las respuestas en frecuencia de los filtros, que han sido definidos mediante un conjunto de especificaciones en frecuencia. Las etapas del proceso de diseño, descrito en la sección anterior, consiste en la implementación de los factores o términos constituyentes de las funciones de transferencia una vez factorizadas, usando módulos electrónicos analógicos. Para ubicar pares de polos complejos conjugados en el semiplano izquierdo del plano s requiere el uso circuitos contruidos con elementos pasivos, R, L y C, o el uso de circuitos contruidos con elementos activos (especialmente amplificadores operacionales)

junto a resistencias y condensadores. Los circuitos activos tienen ciertas ventajas cuando se les compara con los circuitos pasivos, en especial por los problemas asociados a los inductores usados en los segundos. Los filtros activos conseguidos con los circuitos RC-activos, tienen buenas características de separación de frecuencias, y además una alta impedancia de entrada así como una baja impedancia de salida, lo que favorece la interconexión en cascada para filtros multi-etapas (factores de primer y segundo orden para obtener filtros de órdenes superiores). La principal desventajas de los circuitos activos es que el limitado ancho de banda de los amplificadores operacionales restringe la aplicación de estos filtros al rango de las frecuencias de audio y sub-audio (Sedra & Smith, 2010)(Rashid, 2011).

Adicional a las dos formas electrónicas de implementación de filtros comentadas hasta ahora, existe una tercera: filtros con capacitores conmutados. Son sistemas mostrados que bajo ciertas condiciones se analizan como sistemas analógicos, por tanto no se les consideran filtros digitales. Estos filtros proporcionan ventajas para la implementación microelectrónica (Franco, 2002).

4.1.6.1 Factores de primer y segundo orden paso-bajo. Antes de desarrollar las diferentes formas de implementación de los factores que surgen de la factorización de la función de transferencias del filtro paso-bajo, se deben definir las funciones de primer y segundo orden que habrán de ser transformadas en módulos electrónicos en el filtro.

Polo real simple (factor de primer orden) (Rashid, 2011):

$$H_{1LP}(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{H_0\omega_0}{s+\omega_0} \quad (27)$$

Un factor de este tipo tiene un comportamiento en frecuencia como el presentado en la figura 15, para parámetros normalizados ($\omega_0 = 1 \text{ rad/s}$, $H_0 = 1$). En lo que respecta a la magnitud, tiene un típico comportamiento paso-bajo, con una atenuación de 3 dB (0.707) en la frecuencia ω_0 y una ganancia en la frecuencia cero de H_0 , que para el caso tiene un valor de 1 o 0 dB; su

diagrama de Bode, que se puede ver en la figura 16, tiene 2 asíntotas que se cruzan cerca a f_o , la primera paralela con el eje de abscisas, y la segunda con una pendiente de bajada de valor 20 dB/década. El comportamiento en fase inicia con un desfase cero en el origen, llegando a un desfase de -90° en las altas frecuencias, y a la frecuencia de corte ω_o su valor es la mitad del desfase máximo, -45° .

Par de polos complejos conjugados (factor de segundo orden) (Rashid, 2011):

$$H_{2LP}(s) = \frac{H_0 \omega_o^2}{s^2 + 2\alpha \omega_o s + \omega_o^2} \quad (28)$$

Donde $\alpha = 1/Q$. En las figuras 17 y 18 se ilustran las respuestas en magnitud y fase del factor de segundo orden para diferentes valores de Q, para frecuencias y amplitudes normalizadas. Como se puede observar, el comportamiento de todas las curvas para valores de frecuencia lejanos de ω_o es básicamente el mismo; todas las curvas tienden a H_0 para las bajas frecuencias, y una pendiente constante de 40 dB/década en las altas frecuencias. Una vez más, la frecuencia ω_o corresponde al cruce de dos asíntotas del diagrama de Bode, frecuencia que para el caso no es determinable mediante la definición de frecuencia de corte. El desempeño en frecuencia de los factores de segundo orden generalmente no se corresponde con un tipo específico de filtro.

4.1.6.2 Implementación Electrónica de los Factores. En los años recientes se han elaborado una diversidad de implementaciones de filtros. Algunas sólo tienen valor teórico, mientras otras son de un alto valor práctico. Estas últimas se presentan en la figura 19. La decisión en torno a la escogencia de una determinada implementación se hace teniendo en cuenta las funciones de sensibilidad, que miden el cambio resultante en las características de un sistema cuando cambia el valor de uno o varios de los componentes físicos que conforman el circuito. La

sensibilidad de una característica en frecuencia, o de cualquier otro tipo, del sistema $N(\omega)$, con respecto al valor de un determinado elemento de circuito \aleph , queda definida de la siguiente manera (Dorf, Richard C., 2011):

$$S_{\aleph}^N = \frac{\Delta N(\omega)/N(\omega)}{\Delta \aleph/\aleph} = \frac{\aleph}{N(\omega)} \frac{\partial N(\omega)}{\partial \aleph} \quad (29)$$

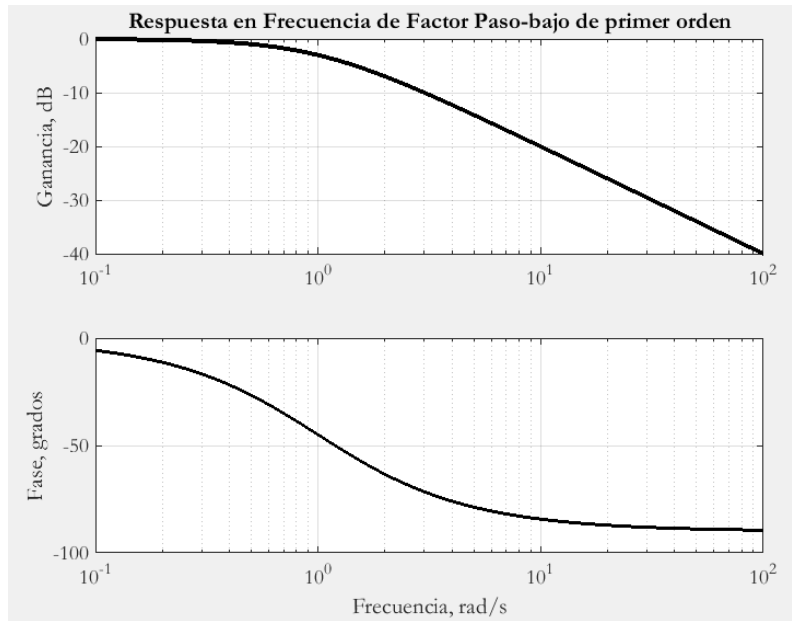


Figura 81. Respuesta en frecuencia de un factor de primer orden paso-bajo. Por J. Simancas-García, 2017.

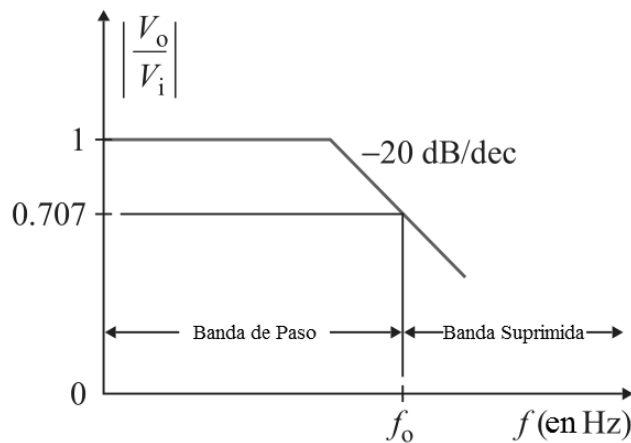


Figura 9. Diagrama de Bode de un factor de primer orden paso-bajo. Adaptado de *Microelectronic circuits : analysis and design*, por M. H. Rashid, 2011, p. 820. Copyright 2011 de Cengage Learning.

Según la teoría, estas funciones de sensibilidad sólo son válidas para pequeños cambios de las variables implicadas. El conocimiento de la sensibilidad de ciertas especificaciones de interés respecto a los valores de ciertos componentes es importante para los diseñadores, porque les permite determinar cuáles componentes de circuito son críticos en un diseño. La precisión de ajuste de los valores de tales componentes condicionará el cumplimiento de las especificaciones del sistema. Cuando estas funciones tienen altos valores indican que pequeños cambios en el valor ciertos componentes, producirán un cambio significativo en la operación del sistema. Desde la perspectiva práctica, las funciones de sensibilidad le permiten al diseñador analizar comparativamente las distintas implementaciones posibles, mediante la determinación de la robustez de las especificaciones antes derivas y desajustes de los componentes que conforman el sistema (Albustani, 2004).

Desde esta perspectiva de la sensibilidad a los valores de los componentes, la topología VCVS (*Voltage Controlled Voltage Source*, fuente de voltaje controlada por voltaje) es la más ampliamente utilizada dentro de los RC-activos, especialmente en aplicaciones de instrumentación (Malvino, 2015). La razón de ello es que el funcionamiento de un filtro de este tipo depende en menor medida del rendimiento del amplificador operacional (AMP-OP), es decir, las características del filtro tienen una baja sensibilidad a las especificaciones del AMP-OP. Esto se debe al hecho de que el AMP-OP es configurado como un amplificador de voltaje cuya ganancia no depende de los componentes selectivos en frecuencia, lo que minimiza los requerimientos de ganancia-ancho de banda del AMP-OP. Además, se mantiene estable la ganancia unitaria en la banda de paso de los filtros. Una ventaja adicional de los filtros VCVS es que la relación del mayor valor de resistencia al menor valor de resistencia, y la relación del

valor de capacitor más grande al valor de capacitor más pequeño, conocido como dispersión de componente, son bajas, lo cual es bueno para la fabricación.

Por lo anterior, esta investigación se concentra en el estudio de los filtros RC-activos con topología VCVS, y se dejan por fuera de ella los filtros universales y los de realimentación múltiple.

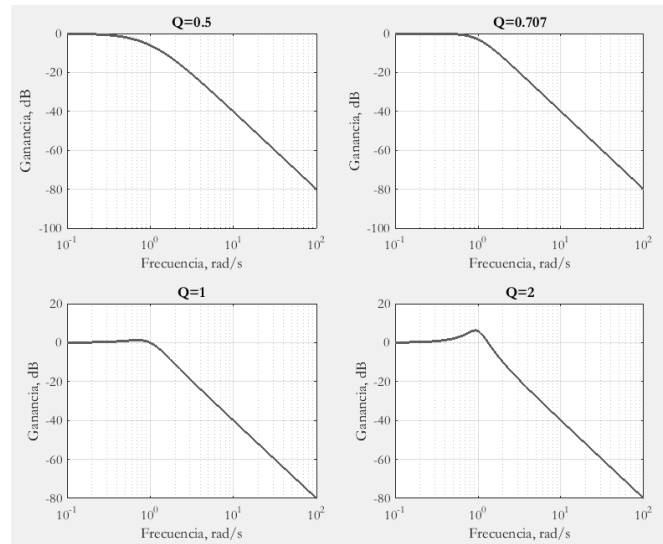


Figura 10. Respuesta en magnitud de un factor de segundo orden paso-bajo para diferentes valores de Q. Por J. Simancas-García, 2017.

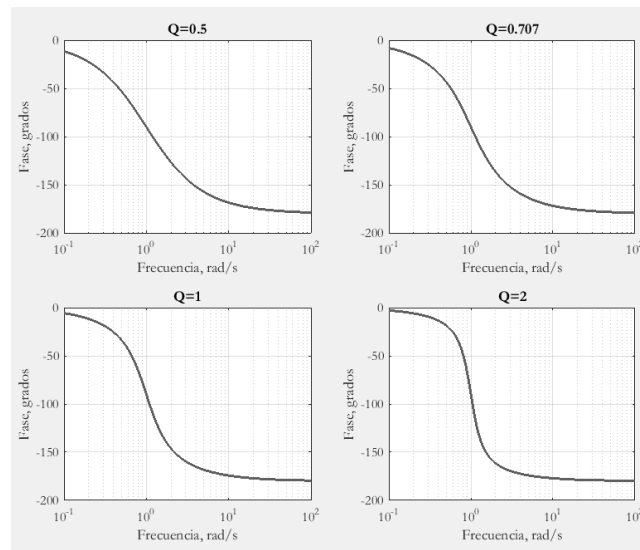


Figura 11. Respuesta en fase de un factor de segundo orden paso-bajo para diferentes valores de Q. Por J. Simancas-García, 2017.

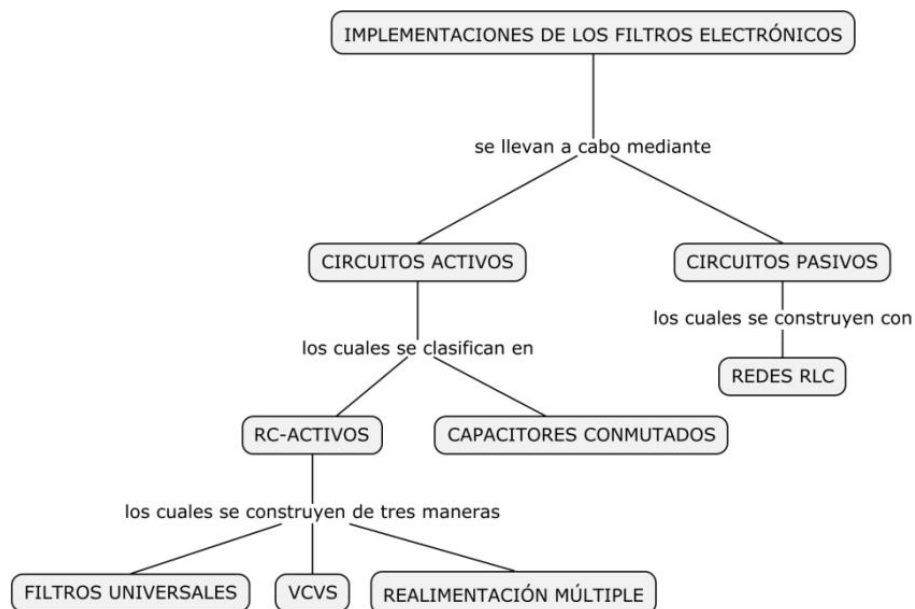


Figura 12. Clasificación de las implementaciones de filtros electrónicos. Por J. Simancas-García, 2017.

4.1.6.3 Filtros RC-activos con topología VCVS. También es conocida como topología Sallen-Key, en honor a sus desarrolladores (Sallen & Key, 1955). Un filtro activo se puede construir usando una fuente de voltaje controlada por voltaje y un circuito de elementos pasivos (resistencias y capacitores), como se puede ver en la figura 20.

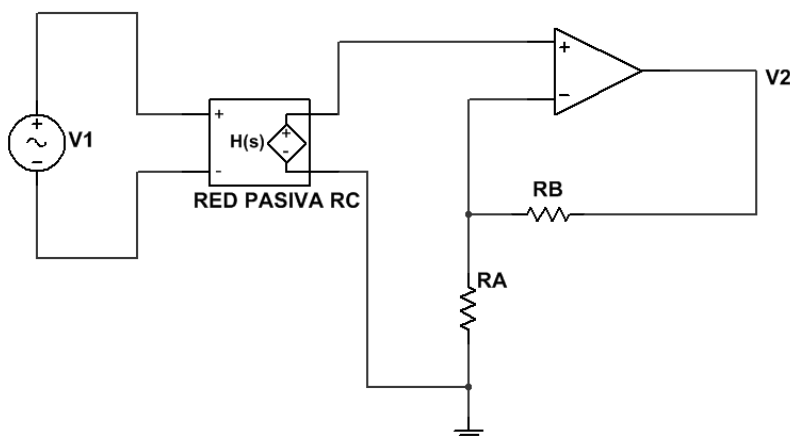


Figura 13. Filtro RC-activo VCVS. Por J. Simancas-García, 2017.

La fuente de voltaje contralada por voltaje es una configuración no inversora con AMP-OP, que tiene una ganancia $K = 1 + \frac{R_B}{R_A}$. Se pueden estimar las sensibilidades del parámetro ganancia en relación con cada una de las resistencias del amplificador (Franco, 2002):

$$S_{R_A}^K = \frac{-R_B}{R_A + R_B} \quad S_{R_B}^K = \frac{R_B}{R_A + R_B} \quad (30)$$

Esto quiere decir que las sensibilidades de la ganancia con respecto a cada una de las resistencias tienen igual valor, pero son de signos opuestos. Una sensibilidad de signo negativo significa cambios opuestos en las variaciones de la entrada y la salida. Si la entrada aumenta, la salida disminuye, y viceversa. Para el caso, el incremento de R_A produce una disminución de la ganancia K .

El circuito presentado en la figura 20 puede implementarse mediante una red de admitancias, para sintetizar factores cuadráticos genéricos (pares de polos conjugados complejos) con sus ceros en ubicación exclusiva en el origen o en el infinito, como se aprecia en la figura 21.

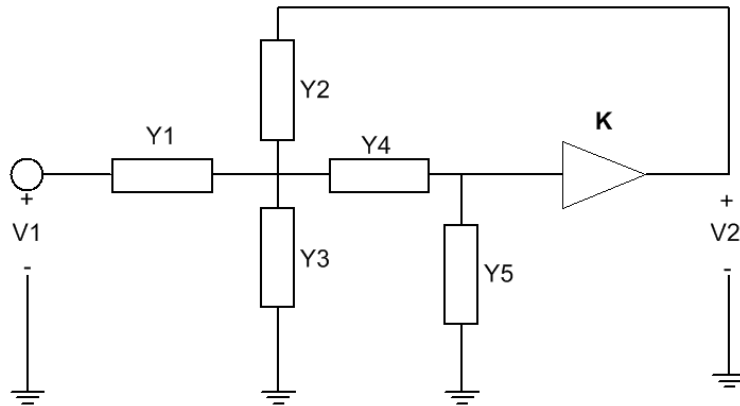


Figura 14. Red de admitancias para implementar un factor cuadrático VCVS. Por J. Simancas-García, 2017.

La expresión para la función de transferencia de la red genérica de admitancias viene dada por la expresión (Raut & Swamy, 2010):

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{KY_1Y_4}{Y_5(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + (Y_1 + Y_2(1 - K) + Y_3)Y_4} \quad (31)$$

Cada elemento de admitancia Y_i puede ser una resistencia o un capacitor; según sea la naturaleza de los elementos, así se implementan las distintas funciones de transferencia de segundo orden: paso-bajo, paso-alto o paso-banda. Para efectos de esta investigación, sólo se desarrollaran las etapas paso-bajo, ya que es el tipo de filtro utilizado en el acondicionamiento de señales de instrumentación. Además, los filtros paso-bajo normalizados son la base para la obtención de las otras funciones de filtros, como ya se vio en una sección previa.

4.1.6.4 Etapa paso-bajo con topología VCVS. La red de admitancias genéricas VCVS presentado antes se puede utilizar para implementar una función de tipo paso-bajo de segundo orden, si se eligen los componentes de la red pasiva según el esquema presentado en la figura 22, que corresponde a la clásica etapa Sallen-Key paso-bajo de segundo orden (Malvino, 2015).

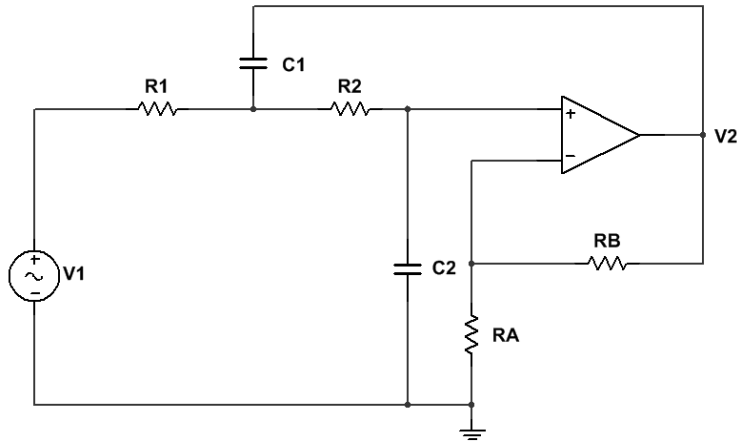


Figura 15. Etapa paso-bajo de segundo orden Sallen-Key. Por J. Simancas-García, 2017.

Si se reemplazan los valores concretos de las admitancias del esquema de la figura 22 en la ecuación 31, la función de transferencia resultante del circuito queda como se presenta a continuación (Rashid, 2011):

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{K/R_1 R_2 C_1 C_2}{s^2 + s \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1-K}{R_2 C_2} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (32)$$

Donde el valor de K es la ganancia del amplificador no inversor. Si se hace la identificación de componentes a partir de la ecuación genérica del factor paso-bajo de segundo orden, que corresponde a la ecuación 28, se obtienen las ecuaciones de diseño para la etapa, que relacionan los valores de los componentes del circuito con los parámetros característicos de la etapa de segundo orden, las cuales se presentan a continuación (Paarmann, 2001):

$$\begin{aligned} H_0 &= K \\ \omega_o &= \sqrt{1/(R_1 R_2 C_1 C_2)} \\ \alpha &= \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}} + \sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} + \sqrt{\frac{R_1 C_1}{R_2 C_2}} - K \sqrt{\frac{R_1 C_1}{R_2 C_2}} \end{aligned} \quad (33)$$

Las implementaciones Sallen-Key tienen la ventaja de ser fáciles de ajustar. Se pueden modificar los valores de los componentes sobre amplios rangos, sin que haya interacción entre los distintos parámetros que caracterizan la etapa (Sedra & Smith, 2010). En ese orden de ideas, ω_o se puede sintonizar ajustando los valores de R_1 y R_2 en un mismo porcentaje, de tal manera que α no resulte afectado; lo mismo sucede con C_1 y C_2 . Por último, α se puede ajustar de forma independiente, cambiando al valor de K . Un procedimiento de diseño práctico sería el siguiente (Paarmann, 2001):

- La aplicación da las siguientes especificaciones: α , ω_o .
- Se debe entonces elegir: $C_1 = C_2 = C$, que debe ser un valor conveniente.
- Entonces se procede a calcular: $K = 3 - \alpha$ y $R_1 = R_2 = R = 1/(\omega_o C)$

En este diseño, la ganancia del filtro H_0 queda determinada por el valor de α , y su valor corresponde con la ganancia del amplificador, K .

Para la implementación de los filtros de órdenes impares se necesitan sintetizar factores de primer orden. Un circuito que implementa una función de transferencia de primer orden es que se presenta en la figura 23, y su función de transferencia viene dada por (Rashid, 2011):

$$\frac{V_o}{V_i}(s) = \frac{K}{1+RCs} \quad (34)$$

Haciendo la identificación de los componentes con la ecuación general de una función de transferencia paso-bajo de primer orden, se tienen dos ecuaciones de diseño para una etapa de este tipo (Rashid, 2011):

$$\omega_o = 1/RC \quad H_o = K \quad (35)$$

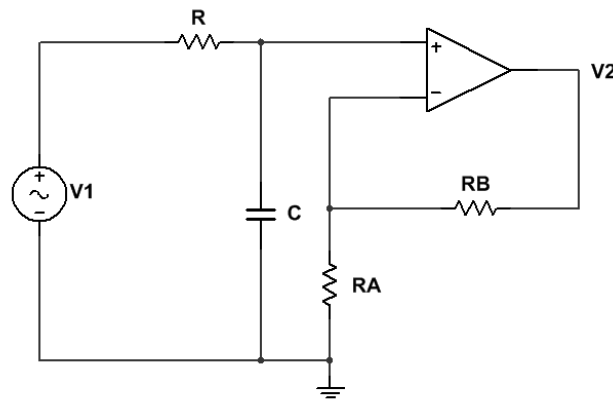


Figura 16. Etapa paso-bajo de primer orden Sallen-Key. Por J. Simancas-García, 2017.

En ocasiones, resulta de interés plantear el diseño de los filtros partiendo de estructuras normalizadas, con topologías y valores de componentes conocidos. El ajuste de los valores de los componentes para conseguir las especificaciones establecidas, se realiza utilizando procedimientos de escalamiento de frecuencias e impedancias. Se procede a explicar esto a continuación.

4.1.7 Relación entre la implementación electrónica y las aproximaciones.

La topología Sallen-Key permite implementar 3 de las aproximaciones básicas: Butterworth, Tchebyshev y Bessel. La aproximación sintetizada en el circuito Sallen-Key depende del valor de Q . Si $Q = 0.707$ entonces se trata de una aproximación de tipo Butterworth. Si $Q = 0.577$ la aproximación será la de Bessel. Si $Q > 0.707$, entonces es una aproximación Tchebyshev. Lo anterior significa, que si se está diseñando un filtro con topología Sallen-Key, se escogerán los valores de los componentes del circuito de tal manera que den el valor de Q adecuado para la aproximación que se está sintetizando (Malvino, 2015).

Como ya se ha dicho antes, el método más usual para construir filtros de orden superior, es colocando en cascada etapas de primer y segundo orden. Cuando el orden del filtro global es par, se utilizan sólo etapas de segundo orden. Si se trata de un filtro impar, se debe colocar también una etapa de primer orden. Cuando se implementan filtros de esta manera, hay que tener en cuenta que las características de atenuación del filtro resultante es la suma (cuando se trabaja en dB) de las características de atenuación de cada una de las etapas. Si esto es omitido por el diseñador, puede conducir a un diseño errado (Malvino, 2015). Esto se ilustra en la figura 24a, en donde se tiene un filtro de cuarto orden ($N = 4$), el cual se implementa mediante 2 etapas de segundo orden ($N = 2$). El filtro que se desea obtener es de aproximación Butterworth. En principio, ambas etapas se diseñan tipo Butterworth ($Q = 0.707$), pero, como se puede ver en la figura 24b, el filtro global resultante no es Butterworth, y no se da cumplimiento a las especificaciones de la respuesta en magnitud. Para poder conseguir una respuesta global Butterworth, se debe mantener la especificación en frecuencia (1 kHz para ambas etapas), pero el valor de Q para cada una de las etapas debe alternar por debajo y por encima de 0.707. Esto se ilustra en la figura 24c. Como se puede observar, el filtro resultante tiene una aproximación

Butterworth, aunque las etapas que lo implementan no lo sean. Las tablas presentadas en la sección 3 para cada una de las aproximaciones, suministran los valores de Q en cada una de las etapas que conforman el filtro global, con el objeto de conseguir una aproximación específica (Malvino, 2015).

Hay una particularidad con la aproximación de Bessel, en la que no basta con alternar los valores de Q de cada una de las etapas, sino que se debe hacer lo mismo con la especificación en frecuencia. A esto se le conoce como escalonamiento. En la sección 1.1.2., se presentaron las tablas para la versión normalizada del filtro paso-bajo, donde aparecen los valores de Q y las especificaciones en frecuencia escalonadas para cada una de las etapas que conforman el circuito global. Llegado este punto es necesario ampliar el tema del escalamiento en frecuencia de una manera práctica, para obtener las etapas de los filtros no normalizados requeridos por la aplicación. Se define el factor de escalamiento en frecuencia FSF (*Frequency Scaling Factor*) de la siguiente manera (Malvino, 2015):

$$FSF = \frac{\text{Frecuencia Especificada}}{\text{Frecuencia Normalizada}} \quad (36)$$

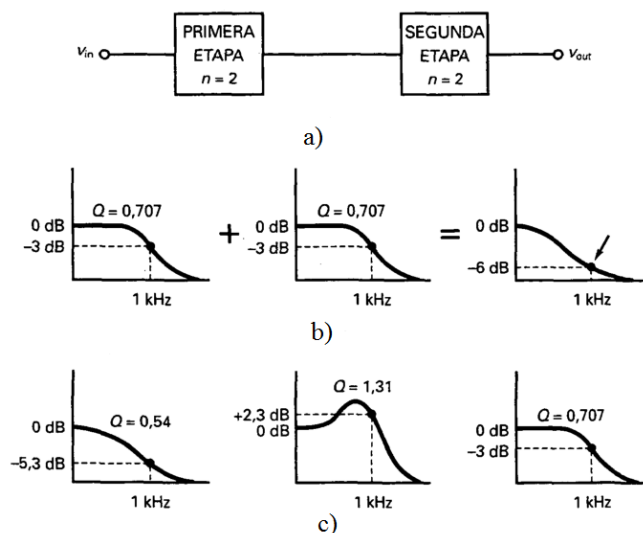


Figura 17. Filtro de orden superior ($N = 4$). Adaptado de *Electronic principles*, por A. Malvino, 2015, p. 813. Copyright 2015 de McGraw-Hill.

Lo que debe hacer el diseñador es tomar cada una de las frecuencias normalizadas suministradas en las tablas, y multiplicarlas por el factor FSF.

En el caso de la aproximación Tchebyshev, no sólo se deben escalonar Q y la especificación en frecuencia, además el escalonamiento se debe hacer dependiendo de la especificación de rizado. En la sección de las aproximaciones se presenta la correspondiente tabla para esta aproximación. Aplica para esta aproximación lo dicho para los dos anteriores.

4.1.8 Respuesta temporal de los filtros electrónicos.

Las aproximaciones de Tchebyshev y Cauer son las que tienen las pendientes más pronunciadas en la banda de transición, por ende son más selectivos en frecuencia y resultan con un desempeño aceptable eliminando ruido. Las aproximaciones de Bessel y Butterworth, tienen pendientes menores, mostrando menor selectividad y menor desempeño en la eliminación del ruido. La pendiente de ninguna de las aproximaciones es calculable mediante ecuaciones simples, excepto, la de Butterworth. La razón de esto es que las aproximaciones tienen pendientes no lineales, y están en función del orden del filtro, el rizado permitido, y otros factores. Si bien no hay ecuaciones para el cálculo de estas pendientes no lineales, existe un método práctico de comparación (Malvino, 2015).

En la tabla 6 se presentan los niveles de atenuación para aproximaciones de sexto orden. Los filtros han sido ordenados según sus atenuaciones una octava por encima de la frecuencia de corte. La aproximación de Bessel presenta la pendiente más lenta, seguida por la de Butterworth, y así sucesivamente. Es claro que todos los filtros con rizado en la banda de paso o en la banda suprimida tienen pendientes mayores a las de Bessel y Butterworth, que no presentan rizado en su respuesta en frecuencia (Malvino, 2015).

No obstante lo anterior, ahora se debe analizar el comportamiento temporal de estas aproximaciones. Para tal fin hay que observar la figura 25 en la que se presentan las respuestas al escalón unitario de las distintas aproximaciones, suponiendo filtros normalizados de segundo orden. Si bien la respuesta Butterworth sobre pasa el valor final y luego lo alcanza, no se presenta oscilaciones. Sin embargo, si aumentara el orden del filtro, entonces si aparecerían algunas oscilaciones antes de alcanzar el valor final. Una respuesta temporal de este tipo es aceptable en ciertas aplicaciones, pero no es la ideal (Malvino, 2015).

Tabla 6

Atenuación para aproximaciones de orden 6

Tipo	f_c (dB)	$2f_c$ (dB)
Bessel	3	14
Tchebyshev	3	63

Nota: f_c es la frecuencia de corte en Hz. Adaptado de A. Malvino, 2015, *Electronic principles*, 7th ed., p. 796. Copyright 2015 de McGraw-Hill.

La respuesta al escalón de la aproximación Tchebyshev es aún más crítica. No sólo sobre pasa el valor final, sino que presentan muchas oscilaciones antes de alcanzar el valor final. El número de oscilaciones depende del valor de Q. A estos sobre pasos u oscilaciones se les conocen como sobre-impulsos (Malvino, 2015).

La respuesta al escalón de una aproximación de Bessel es la prácticamente la reproducción ideal del escalón en la entrada, excepto por el tiempo de subida. Esta respuesta no presenta sobre-impulsos. La transmisión de señales de pulsos, como las usadas en comunicaciones digitales o como las entregadas por los codificadores ópticos, consisten en sucesivos cambios de niveles positivos y negativos, la respuesta temporal de esta aproximación es la más adecuada, y por ello son los más utilizados en estas aplicaciones (Malvino, 2015).

Como se puede concluir, existe una relación inversa entre el desempeño en el tiempo y el desempeño en la frecuencia de los filtros electrónicos. Aquellos filtros que tienen un mejor desempeño en el dominio de la frecuencia (selectividad del filtro), presentan un peor desempeño en el dominio del tiempo, y viceversa. (Malvino, 2015) resume esta situación en un cuadro que se reproduce parcialmente en la tabla 7.

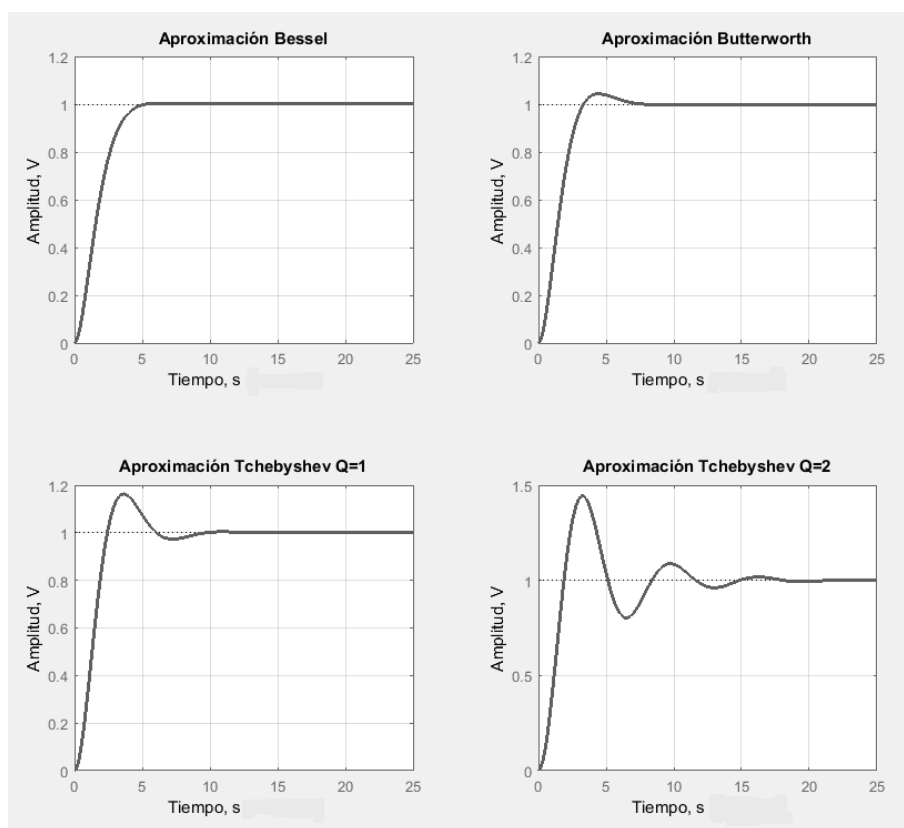


Figura 18. Respuesta al escalón unitario de las aproximaciones. Por J. Simancas-García, 2017.

Tabla 7

Desempeño en el dominio de la frecuencia y del tiempo para las aproximaciones

Tipo	Pendiente Banda de Transición	Respuesta al Escalón
Tchebyshev	Muy buena	Mala
Bessel	Mala	La mejor

Nota: Adaptado de *Electronic principles*, por A. Malvino, 2015, p. 836. Copyright 2015 de McGraw-Hill.

4.2 Conformación de entrada (*Input Shaping*)

El diseño de control óptimo con base en restricciones en la entrada de comando ha sido por décadas un interesante problema. Este tipo de sistemas de control se diseñan para eliminar el sobre-impulso u oscilaciones en la respuesta de los sistemas. Se les conoce normalmente como conformadores de entrada de comando o generadores de comando (*Input Shapers*, aunque es más común *Input Shaping*) (Singhose, 2009). En adelante serán IS. La entrada de comando es lo que en control normalmente se conoce como entrada de referencia, consigna o *set-point*, se usaran de manera indistinta en este trabajo. Estas técnicas datan de los años 50's. Originalmente se les denominaba Posicast, y su desarrollo inicial se le atribuye a Otto Smith (Smith, 1957). Desde el trabajo inicial de Smith, se han conseguido avances en el desarrollo de controladores IS. Los primeros generadores de comandos, tales como Posicast, se les conocía como IS de vibración cero (*ZV, Zero Vibration*), y sufrían problemas de robustez, los cuales se detallaran luego (Singhose, Crain, & Seering, 1997). Actualmente se han propuesto generadores de comando robustos, que proporcionan beneficios a los sistemas reales. Por ejemplo, IS que son robustos a los errores en el modelamiento de la frecuencia natural han sido desarrollados, el primero de los cuales es denominado conformador de vibración cero y derivativo (*ZVD, Zero Vibration and Derivative*) (Singhose et al., 1997). Han sido diseñados IS para sistemas multi-modo (Hyde & Seering, 1991). También hay técnicas de conformación adaptativas propuestas por diferentes autores (Cutforth & Pao, 2002)(Kojima & Singhose, 2007). A continuación se procede al desarrollo conceptual de los IS.

4.2.1 Conformación de modo simple.

Cuando un sistema tiene una única vibración idéntica como respuesta a un comando de entrada escalón unitario, esta puede ser eliminada por medio de conformación de modo simple

de la señal de entrada. Precisamente fue la primera forma de IS utilizada, y corresponde al control Posicast de Smith, al cual se denomina Posicast clásico. La técnica consiste en dividir la señal de referencia en dos partes. El tamaño de los escalones y el retardo antes de introducir el segundo escalón son derivados de la dinámica del sistema. Singer propone la idea conocida como *impulse shaping*, que consiste en hacer la conformación con base en señales impulso. El objetivo buscado con esto es generar señales de comando que entreguen energía cero al sistema en las frecuencias a las cuales podría vibrar. A fin de asegurar la energía cero en las frecuencias de vibración, las señales comandos deben ser modificadas o conformadas antes de ser introducidas al sistema, de allí el nombre de *Input Shaping*. Una vez el comando correcto es conseguido, el resultado será un sistema que no tiene energía en las frecuencias de vibración, por tanto no vibra y no presenta sobre-impulso (Singhose et al., 1997).

La figura 26 presenta el proceso de convolución de la señal de comando con señales impulsos. Las líneas solidas representan la señal de comando, sin conformación y luego de ser conformada con la convolución. Las líneas discontinuas representan la respuesta del sistema ante la señal de comando en la entrada. Como se observa, las oscilaciones y por ende el sobre-impulso, son eliminados. El proceso consiste en usar una serie de impulso, los cuales causan vibración cero en el sistema. Cuando la serie de impulsos son convolucionadas con la entrada comando original al sistema, produce una respuesta que también causa vibración cero.

En la figura 27 se ilustra como ocurre tal cancelación de las oscilaciones de los sistemas. El impulso A1 corresponde con la primera parte de la señal de referencia. El impulso A2 corresponde con la segunda parte de la señal. La gráfica muestra cómo se cancelan mutuamente los sobre-impulsos que generan ambas partes de la señal por encontrarse en contra-fase (N. C.

Singer & Seering, 1990). La respuesta de un sistema de segundo orden a un impulso está dada por la siguiente ecuación:

$$y_i(t) = A_i e^{-\alpha\omega(t-t_i)} \sin((t-t_i)\omega\sqrt{1-\alpha^2}) \quad (37)$$

Donde $y_i(t)$ es la salida del sistema, A_i es la amplitud de los impulsos y t_i es el tiempo de ocurrencia de los impulsos. La frecuencia de vibración o natural del sistema es ω , y α el coeficiente de amortiguamiento. Tratándose de un sistema lineal, la respuesta total a una serie de N impulsos puede ser expresada como una de las respuestas a cada impulso “ i ”. La magnitud de la respuesta total inmediatamente después del impulso número N está dada por:

$$Amp = \left[\left(\sum_{i=1}^N A_i e^{-\alpha\omega(t_N-t_i)} \sin(t_i\omega\sqrt{1-\alpha^2}) \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^N A_i e^{-\alpha\omega(t_N-t_i)} \cos(t_i\omega\sqrt{1-\alpha^2}) \right)^2 \right]^{1/2} \quad (38)$$

Un tren de impulsos apropiadamente ordenado, puede suprimir la vibración residual forzando a que Amp sea igual a cero. Eso solo puede ocurrir cuando ambos términos, seno y coseno, son independientemente iguales a cero.

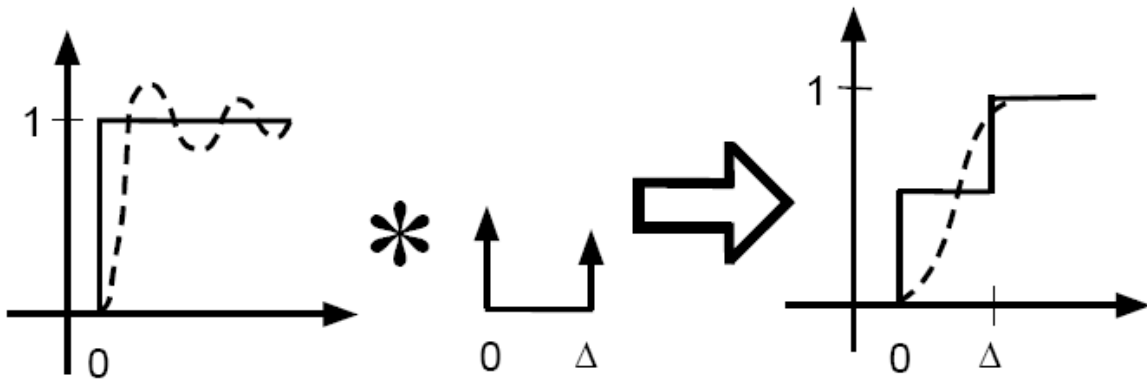


Figura 19. Proceso de conformación de entrada. Por H. Kojima & W. Singhose, 2007, “Adaptive Deflection-Limiting Control for Slewing Flexible Space Structures”. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 30(1), p. 61.

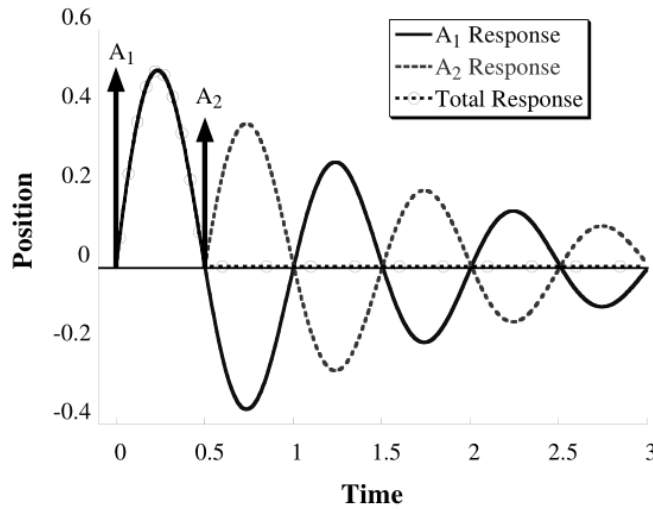


Figura 20. Respuesta de un sistema ligeramente amortiguado a dos impulsos. Por T. Singh & W. Singhose, 2002, "Input shaping/time delay control of maneuvering flexible structures", *Proceedings of the American Control Conference*, p. 1719.

Un conformador de entrada ZV es el más simple y tiene la forma de amplitudes impulso A_i y tiempo t_i . Un conformador de este tipo es comúnmente usado en situaciones donde los parámetros del sistema son conocidos con un alto nivel de exactitud. En todo caso, si no se confía en esta aproximación de IS, su aplicación no aumentará las vibraciones del sistema más allá del nivel que ya tenían antes de realizar la conformación de la entrada. El principio de este IS gira en torno a dos condiciones: vibración cero y tiempo de respuesta mínimo, las cuales se expresan según las siguientes ecuaciones (Hyde & Seering, 1991):

$$t_1 = 0 \quad (39)$$

$$\sum_{i=1}^N A_i = 1 \quad (40)$$

La primera es simplemente una especificación de origen, y la segunda es una restricción de normalización.

Un conformador ZVD es un esquema de generación de comandos diseñado para hacer el proceso de conformación de entrada más robusto al error en el modelamiento del sistema. Se introduce una restricción a la formulación del conformador que consiste en establecer la derivada

de la vibración con respecto a la frecuencia también igual a cero. Esta condición se expresa matemáticamente mediante las siguientes ecuaciones (Hyde & Seering, 1991):

$$\sum_{i=1}^N A_i t_i e^{-\alpha \omega t_i} \sin(t_i \omega \sqrt{1 - \alpha^2}) = 0 \quad (41)$$

$$\sum_{i=1}^N A_i t_i e^{-\alpha \omega t_i} \cos(t_i \omega \sqrt{1 - \alpha^2}) = 0 \quad (42)$$

La aplicación de conformadores ZVD es para sistemas donde el tiempo de subida es importante, pero el sistema puede cambiar con el tiempo o el modelo no es exacto. Si las inexactitudes del modelo no pueden ser controladas con un conformador ZVD, entonces se deben usar otras técnicas de conformación que se encuentran disponibles, que se comentarán a continuación.

Es posible generar un conformador más robusto usando una restricción adicional. Esta consiste en hacer la segunda derivada de la ecuación de vibración residual igual a cero. El conformador resultante de la satisfacer esta restricción es llamado ZVDD (*Zero Vibration and Derivative Derivative*). Esta restricción adicional incrementa la robustez del sistema, pero también incrementa la duración de la conformación por medio periodo de la vibración (Singhose et al., 1997).

El conformador ZVDD consiste en 4 impulsos uniformemente espaciados que duran 1.5 periodos de vibración (Singhose et al., 1997). Se consigue con 3 conformadores ZV convolucionados. La ventaja de hacer esto es que los parámetros del IS tienen menos libertad, por lo tanto, simplificando la rutina de solución. Sin embargo, restringiendo la elección de los parámetros del IS, se restringe también el espacio de solución, lo que significa que habrá potenciales soluciones óptimas faltantes. En la tabla 8 se condensan las ecuaciones que permiten determinar las amplitudes de las señales impulso y los tiempos de ocurrencia de los mismos (N. Singer, 1989).

En estas ecuaciones $K = e^{-\frac{\alpha\omega}{\sqrt{1-\alpha^2}}}$, y T_d es el periodo de respuesta amortiguada, es decir, el periodo de las oscilaciones de la respuesta a la entrada escalón unitario. En la figura 28 se presenta las gráficas de los impulsos para los 3 conformadores básicos estudiados hasta ahora.

4.2.2 Conformación multi-modo.

En sistemas con más de un modo de vibración, dos esquemas pueden ser usados para generar las señales comando para el sistema. El primero es la simple convolución de múltiples IS diseñados para uno de los modos específicos. El resultado de este proceso es un IS más largo, el cual puede tratar con cada uno de los modos específicamente (N. Singer, 1989).

Tabla 8

Ecuaciones para determinar los valores de las amplitudes y los tiempos de los impulsos

ZV	$\begin{bmatrix} A_j \\ t_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & K \\ 1+K & 1+K \\ 0 & 0.5T_d \end{bmatrix}$
ZVD	$\begin{bmatrix} A_j \\ t_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2K & K^2 \\ 1+2K+K^2 & 1+2K+K^2 & 1+2K+K^2 \\ 0 & 0.5T & T \end{bmatrix}$
ZVDD	$t_1 = 0, t_2 = \frac{\pi}{\omega_d}, t_3 = \frac{2\pi}{\omega_d}, t_4 = \frac{3\pi}{\omega_d}$ $A_1 = \frac{1}{1+3K+3K^2+K^3}, A_2 = \frac{3K}{1+3K+3K^2+K^3}$ $A_3 = \frac{3K^2}{1+3K+3K^2+K^3}, A_4 = \frac{K^3}{1+3K+3K^2+K^3}$

Nota: K es la amplitud de los impulsos de convolución. t_j son los tiempos de separación entre impulsos. T_d es el periodo amortiguado del sistema. Adaptado de “Residual vibration reduction in computer controlled machines”, por N. Singer, 1989, *Technical Report 1030, MIT Artificial Intelligence Laboratory*.

Otra forma de diseñar el conformador es resolver las ecuaciones de restricción para los dos modos simultáneamente. Este método resulta en la reducción de las vibraciones cercanas a las frecuencias de modelamiento, pero reducen significativamente los modos más altos. Sin embargo, un conformador simultaneo no es tan largo como uno convolucionado, y normalmente es significativamente más corto. Esta ventaja en velocidad puede ser importante para oscilaciones lentas. La convolución es simple para calcular, fácil de programar e implementar, y mantiene una alta robustez. La solución directa produce una secuencia más corta, pero es más compleja en los cálculos, de difícil implementación, y pierde robustez. Diferentes aplicaciones pueden requerir diferentes métodos. Cuando el tiempo de retraso es crítico, la solución directa es la mejor opción. Una aplicación con modos altos requerirá el método de convolución. En muchas cosas, una combinación de los dos métodos es ideal. Las cualidades de los dos métodos se resumen en la tabla 9. En la figura 29 se presentan las curvas de sensibilidad para distintos tipos de conformadores de modo simple y múltiple.

Tabla 9

Comparación de los conformadores multi-modo

	Método de Convolución	Método Directo
Número de impulsos	$\prod_{i=1}^m n_i$	$\sum_{i=1}^m (n_i - 1) + 1$
Longitud de la secuencia	$\sum_{i=1}^m l_i$	$< \sum_{i=1}^m l_i$
Complejidad de cálculo	Simple	Compleja
Robustez	Muy robusto	Menos robusto

Nota: m es el número de modos. n es el número de impulsos por modo. l longitud de la cada secuencia. Por J. Simancas-García, 2017.

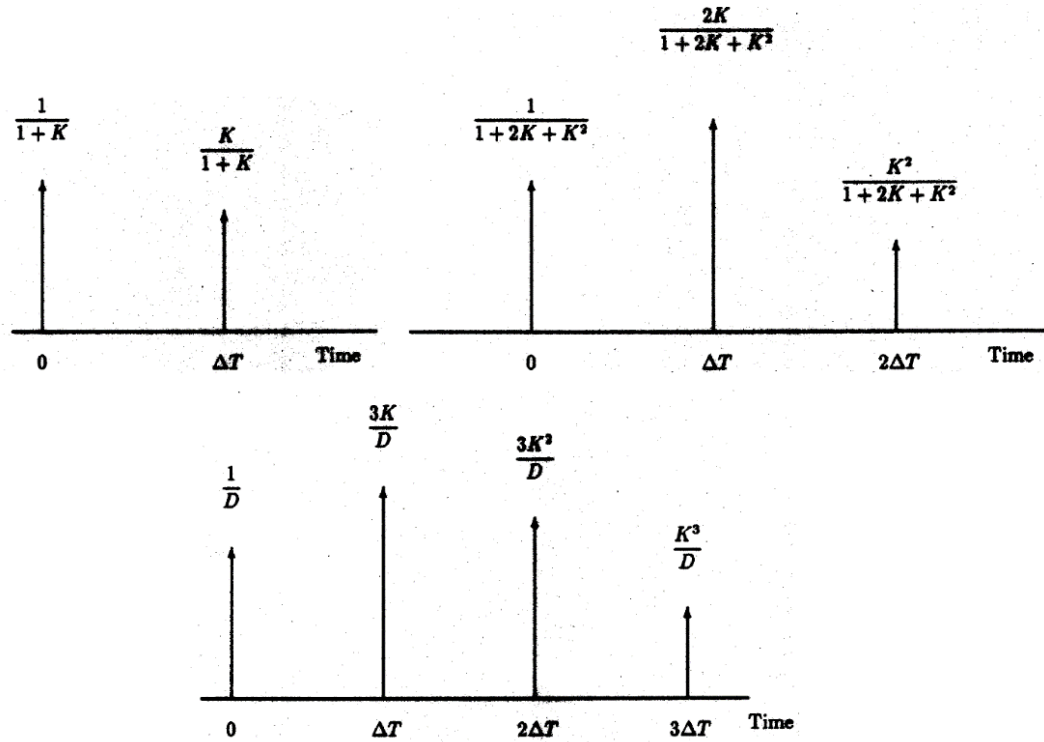


Figura 21. Principales conformadores de vibración cero. Por N. Singer, 1989, "Residual vibration reduction in computer controlled machines", Technical Report 1030, MIT Artificial Intelligence Laboratory, p. 46.

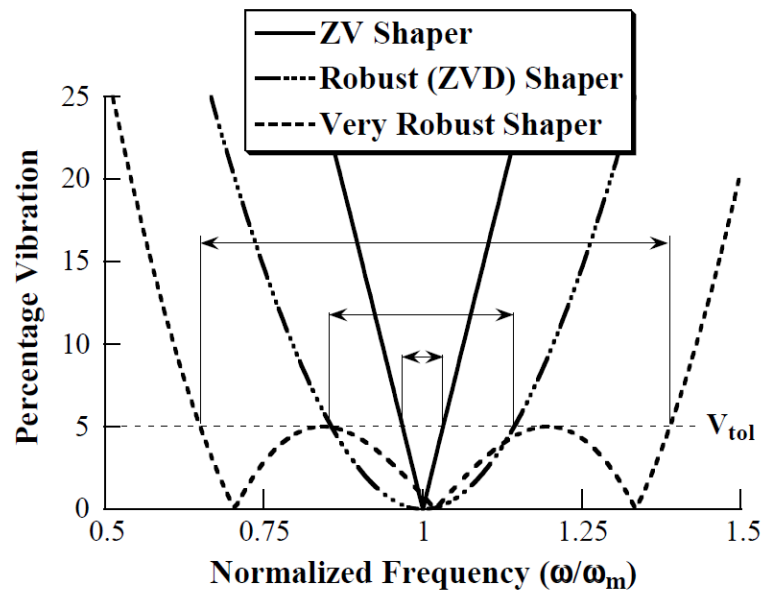


Figura 22. Curvas de sensibilidad de conformadores en modo simple y múltiple. Por N. Singer, 1989, "Residual vibration reduction in computer controlled machines", Technical Report 1030, MIT Artificial Intelligence Laboratory.

4.2.3 Coeficientes del sistema.

La función de transferencia teórica de un sistema con vibraciones, también conocidos como ligeramente amortiguados o sub-amortiguados, es como se presenta a continuación (Dorf, Richard C., 2011):

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\alpha\omega_n s + \omega_n^2} \quad (43)$$

Siempre y cuando $0 < \alpha < 1$. Como se deduce de la ecuación (43), los filtros estudiados en las secciones anteriores constituyen sistemas ligeramente amortiguados. Cuando la frecuencia natural del sistema (ω_n) y el coeficiente de amortiguamiento (α) son conocidos, esta puede describir el sistema. Hay sistemas de orden superior, cuya complejidad impide conseguir su solución analítica. Para tales sistemas se aplica la identificación propuesta por la ingeniería de control para caracterizarlos. Esta técnica consiste registrar los datos de salida del sistema ante entradas de excitación convenientes, como la función escalón unitario. Si bien la solución de los sistemas de segundo orden está bien documentada en los libros de ingeniería de control, también son susceptibles de aplicarles la técnica de identificación para obtener los parámetros de la función de transferencia de la ecuación (43). La figura 30 presenta la respuesta del sistema vibratorio. No debe ser difícil medir los picos, es decir, las amplitudes y tiempos correspondientes. Los picos permiten conseguir la frecuencia del sistema (Dorf, Richard C., 2011):

$$T_d = \frac{2\pi}{\omega_n} = t_{(c)} - t_{(a)} \quad (44)$$

Por tanto, la frecuencia natural $\omega_n = \frac{2\pi}{t_{(c)} - t_{(a)}}$ y la frecuencia depende de dos extremos, positivos o negativos. En caso de que la entrada comando sea conocida, basta el valor en dos

puntos subsecuentes ('a' y 'b' o 'a' y 'c') de la respuesta para encontrar el coeficiente de amortiguamiento. La tabla 10 sintetiza las ecuaciones para realizar los cálculos.

A fin de calcular los coeficientes del IS basta con tener los primero máximos de la respuesta a la entrada escalón sin ser necesario el cálculo del coeficiente de amortiguamiento. Es posible calcular todos los coeficientes usando la tabla 8, donde $K = b/a$.

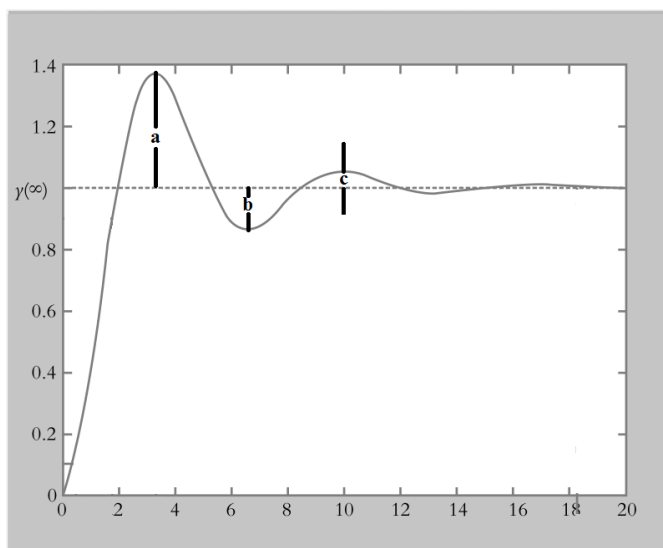


Figura 23. La respuesta al escalón unitario del sistema vibratorio. Por J. Simancas-García, 2017.

Tabla 10

Método de los dos puntos

Puntos extremos	'a' y 'b'	'a' y 'c'
Proporción entre los puntos	$\frac{a}{b} = e^{\pi\alpha}$	$\frac{a}{c} = e^{2\pi\alpha}$
Coeficiente de amortiguamiento	$\alpha = \frac{1}{\pi} \ln\left(\frac{a}{b}\right)$	$\alpha = \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{a}{c}\right)$

Nota: a es amplitud del primer pico. b es la amplitud del primer valle. c es la amplitud del segundo pico.

4.2.4 Posicast clásico.

Posicast fue originalmente propuesta por Otto Smith como un mecanismo para cancelar el comportamiento oscilatorio de los sistemas ligeramente amortiguados (Smith, 1957). Y de hecho, su libro de sistemas de control fue el primero en describir el funcionamiento de Posicast. Smith demostró como un conocimiento exacto del amortiguamiento de un sistema y la frecuencia natural amortiguada, podría ser utilizado para diseñar un compensador dinámico de lazo abierto que cancela el sobre-impulso en la respuesta al escalón unitario de los sistemas. Posicast divide la señal de entrada escalón en dos partes. La primera parte es un escalón escalado que causa el primer pico de la respuesta oscilatoria para precisamente cumplir el valor final deseado. La segunda parte de la entrada modificada está escalada y retardada en el tiempo para precisamente cancelar la respuesta oscilatoria remanente, por tanto causando que la salida del sistema permanezca en el valor deseado.

Posicast de medio ciclo normalmente se describe usando el ejemplo originalmente presentado por Smith y por Cook (Cook, 1966). Considera el problema de mover una carga suspendida en un cable atado a un puente grúa. Un puente grúa es un marco en el cual se suspende un péndulo, y el pivote es móvil a lo largo de un travesaño. El puente grúa y la secuencia de movimientos se ilustran en la figura 31.

En el cuadro A, el puente grúa y la carga están en la posición 1. El movimiento comienza en el cuadro B, con el puente grúa moviéndose hasta mitad de camino entre las posiciones 1 y 2, haciendo que la carga se balancee u oscile hacia la posición 2. En el cuadro C, la carga ha oscilado pasando la posición del puente grúa y está ubicada en la posición 2, y se dispone a oscilar de vuelta a la posición 1. El puente grúa inmediatamente se mueve a la posición 2, tal que

la carga permanece en la posición 2 sin sobre-impulso u oscilaciones, como se presenta en el cuadro D.

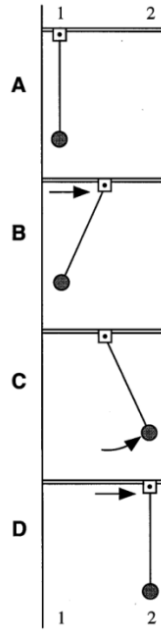


Figura 24. Aplicación de Posicast de medio ciclo. Por J. Y. Hung, 2003, "Feedback control with posicast". *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 50(1), p. 94.

La estructura analítica de Posicast puede ser explicada usando la respuesta al escalón unitario mostrada en la figura 32, y el diagrama de bloques mostrado en la figura 33. Posicast es la parte encerrada por la curva con líneas discontinuas, y está dada por la función $1 + P(s)$, donde $P(s)$ es:

$$P(s) = \frac{\delta}{1+\delta} (e^{-s(T_d/2)} - 1) \quad (45)$$

Los parámetros de la función $P(s)$ son el sobre-impulso de la respuesta al escalón δ y el periodo de la respuesta amortiguada T_d . El sistema Posicast $1 + P(s)$, básicamente divide la señal de referencia escalón en dos partes. Inicialmente, el controlador resta una cantidad escalada a partir de la señal de referencia, tal que el pico de la respuesta ligeramente amortiguada coincida con el valor final deseado de la respuesta del sistema. El tiempo que transcurre desde el inicio

hasta la ocurrencia del pico en la respuesta al escalón es la mitad del periodo natural amortiguado. Luego de este periodo de retraso, el valor pleno de la señal de referencia escalón es aplicado al sistema $G(s)$, tal que la salida permanece en el valor deseado. Otra interpretación de esto es que la cantidad de referencia originalmente sustraída a partir de la entrada, ahora cancela el sobre-impulso indeseado, debido a que está retrasado precisamente la mitad del periodo natural amortiguado.

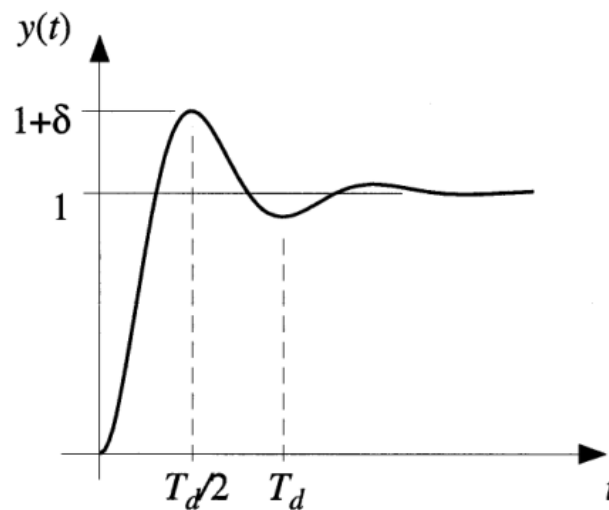


Figura 25. Respuesta al escalón unitario de un sistema ligeramente amortiguado. Por J. Y. Hung, 2003, "Feedback control with posicast". *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 50(1), p. 95.

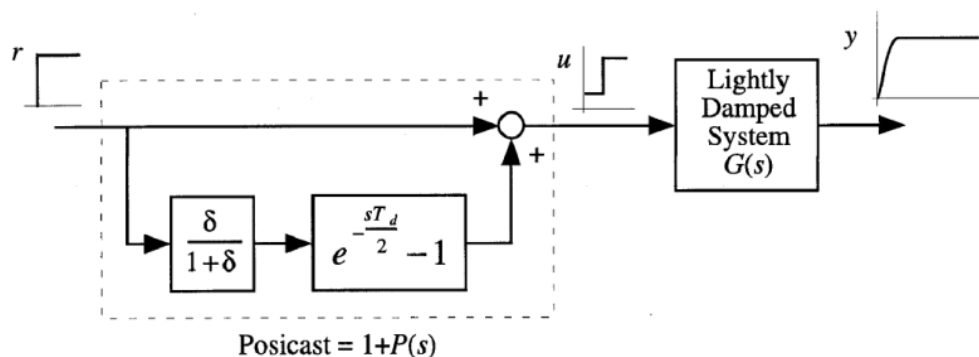


Figura 26. Aplicación clásica de Posicast de medio ciclo. Por J. Y. Hung, 2003, "Feedback control with posicast". *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 50(1), p. 95.

Un Posicast de medio ciclo es equivalente a un filtro todo-cero, con un conjunto infinito de ceros espaciados en los múltiplos impares de la frecuencia natural amortiguada (Cook, 1966).

Resolviendo para las raíces del polinomio $1 + P(s) = 0$, con $s = \sigma + j\omega$ se obtienen las siguientes relaciones (Gonzalez, Hung, Dorcak, Terpak, & Petras, 2013):

$$\sigma = \frac{2}{T_d} \ln \delta \quad (46)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T_d} (2n + 1), \quad n = 0, 1, \dots \quad (47)$$

La respuesta en frecuencia de Posicast $1 + P(s)$ para los parámetros $\delta = 0.8$ y $T_d = 1$, es presentada en la figura 34. El primer par de ceros cancelan el par de polos dominantes en el sistema ligeramente amortiguado $G(s)$.

Sin embargo, Posicast no es lo mismo que la cancelación de polos por medio de inversión de modelo. La inversión de modelo típica tiene sensibilidad al ruido debido a que su ganancia en alta frecuencia ha sido incrementada. Por su parte, Posicast tiene ganancia limitada en alta frecuencia. Sin embargo, la efectividad de Posicast todavía se basa en la cancelación de polos y ceros, por lo que un conocimiento inexacto de los polos dominantes de la planta dará lugar a la oscilación residual. Esta es la razón por la cual, Posicast no ha sido ampliamente usado en la práctica. Singer y Seering propusieron un método para reducir la sensibilidad en (N. C. Singer & Seering, 1990); este método ha sido interpretado como una versión extendida o de alto orden de Posicast, teniendo más de un paso.

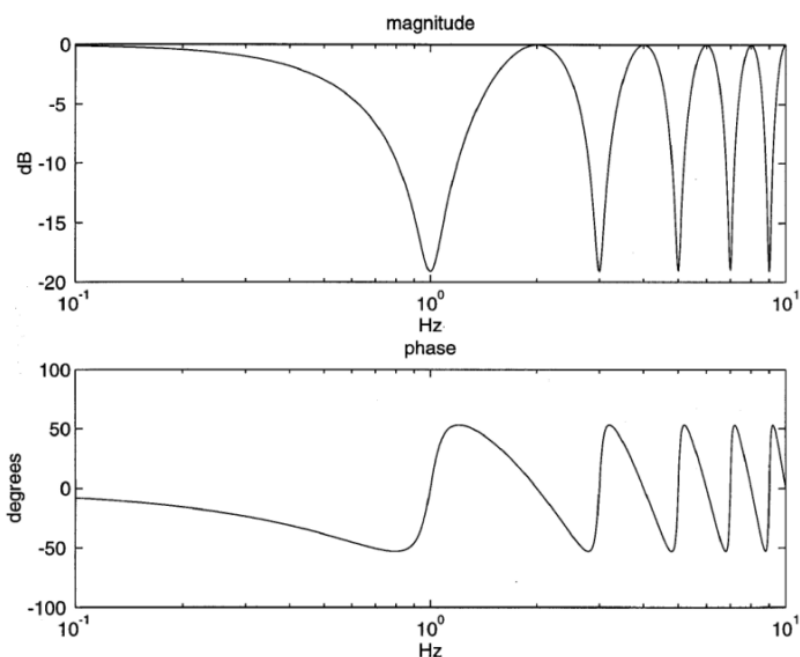


Figura 27. Respuesta en frecuencia del sistema Posicast para $\delta = 0.8$ y $T_d = 1$. Por J. Y. Hung, 2003, "Feedback control with posicast". *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 50(1), p. 95.

La filosofía subyacente de Posicast clásico es eliminar las oscilaciones en un sistema de control que ya ha sido de otra manera diseñado para dar el mejor rendimiento posible. Por lo tanto, Posicast clásico es diseñado subsecuentemente a un diseño de control realimentado que ha alcanzado todos los requerimientos de desempeño, excepto, para la respuesta ligeramente amortiguada. Dado que Posicast es un sistema de control de lazo abierto, las perturbaciones en la carga no son compensadas directamente. Si el sistema $G(s)$ es un sistema realimentado, entonces es posible incorporar Posicast para contrarrestar los efectos de la perturbación. Un segundo sistema Posicast es diseñado y ubicado entre la entrada de perturbación y $G(s)$. Dado que la entrada de perturbación no es medible, el segundo Posicast debe ser movido a un lugar físicamente realizable en el modelo. Smith emplea álgebra de diagrama de bloques para mover el segundo Posicast al lazo de realimentación representado por el sistema ligeramente amortiguado

$G(s)$. El efecto del control permanece basado en la compensación de lazo abierto, sin embargo, permanece el problema de la sensibilidad paramétrica.

4.2.5 Posicast realimentado.

A partir de una revisión bibliográfica, Hung advierte que Posicast y sus variaciones han sido utilizadas exclusivamente como compensación de lazo abierto para sistemas ligeramente amortiguados. Por tanto, en el 2002 propone combinar Posicast con esquemas de control realimentado clásicos. De allí surge un esquema de control híbrido que tiene la ventaja del desempeño de amortiguamiento superior de Posicast, mientras reduce la sensibilidad paramétrica y de carga a través de la realimentación. Un diagrama de bloques explicativo del método de control es mostrado en la figura 35. Mientras aplicaciones previas colocan Posicast antes del sistema ligeramente amortiguado, la propuesta de Hung sugiere usarlo dentro de un sistema realimentado.

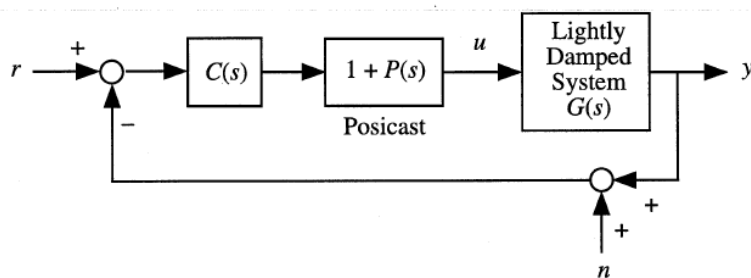


Figura 4.28. Control realimentado híbrido usando Posicast. Por J. Y. Hung, 2003, "Feedback control with posicast". *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 50(1), p. 96.

El método de control propuesto es una desviación significativa del Posicast clásico. Se debe destacar que las características polinómicas del sistema general usando Posicast clásico de medio ciclo se encuentran removiendo los polos dominantes ligeramente amortiguados de $G(s)$. En el método híbrido de Hung, las características polinómicas de lazo cerrado están dada por $1 + C(s)[1 + P(s)]G(s)$. La propuesta primaria de la función Posicast es cancelar los polos

indeseables de la planta, minimizando por tanto el efecto de los polos ligeramente amortiguados en la respuesta de lazo cerrado. Los polos del sistema de lazo cerrado podrían ser determinados por los polos y ceros remanentes de lazo abierto. Un compensador $C(s)$ apropiadamente diseñado reduce el efecto de compensación Posicast imperfecta.

El método de diseño para el sistema híbrido tiene dos pasos. El primero, es el diseño de la función $P(s)$ para el sistema $G(s)$, ligeramente amortiguado. Para Posicast clásico de medio ciclo, son requeridos dos parámetros de la respuesta al escalón unitario de lazo abierto: el sobreimpulso δ y el tiempo de ocurrencia del primer pico T_d . El segundo paso, es el diseño del controlador realimentado $C(s)$ basado en el modelo combinado $[1 + P(s)]G(s)$. Hung sugiere usar técnicas clásicas del dominio de la frecuencia.

5. Estado del Arte

Para realizar el estado del arte de la temática Posicast, se debe en principio clasificar su literatura para luego seleccionar los enfoques que resultan pertinentes a la actual investigación. Una clasificación realizada por el autor es la mostrada en la figura 36. Los artículos que tratan el tema Posicast de manera general se pueden dividir en artículos de tipo conceptual, y otros en los cuales se presentan las aplicaciones. En los primeros están los artículos clásicos con el aporte de Smith en la década del 50, seguido por trabajos intermedios desarrollados por Singer, Singh, Seering y Singhose en las décadas del 70 y 80, para terminar en las aportaciones de Hung del año 2002 en adelante. En estos trabajos, se llevan a cabo los desarrollos conceptuales de Posicast, partiendo del concepto original de un sistema de *Input Shaping* de lazo abierto capaz de eliminar el sobre-impulso en sistemas ligeramente amortiguados, para ir evolucionando en versiones de segundo y tercer orden que superaban algunas de las limitaciones de la versión original de Posicast (Singhose et al., 1997), tales como la incapacidad de tener un conocimiento perfecto de la planta, llegando a un esquema de Posicast realimentado que reducía su sensibilidad paramétrica (J Y Hung, 2002)(Feng, Hung, & Nelms, 2002).

En los artículos sobre aplicaciones, se puede encontrar que Posicast se ha aplicado en 5 áreas específicas: las de tipo mecánico, las de tipo eléctrico (máquinas eléctricas), robótica, en electrónica de potencia y en microelectrónica. Posicast ha tenido aplicación relevante en problemas mecánicos, y ya existen estados de arte desarrollados al respecto (Singhose, 2009), y abundante literatura que no se referencia dada su extensión. Su aplicación en el control de máquinas eléctricas no ha sido significativa (Hauptle, Hubinskú, & Gruhler, 2011)(Masoudi & Feyzi, 2009)(Morshed & Fekih, 2016)(Nakano, Matsuo, & Koga, 1989), como tampoco lo ha sido en el campo de la robótica (Abidi, Yildiz, & Korpe, 2015). Para el caso de esta

investigación, resultan de interés los 2 últimos tipos de aplicaciones, y por ende se procede a estudiar su literatura de manera más detallada a continuación.

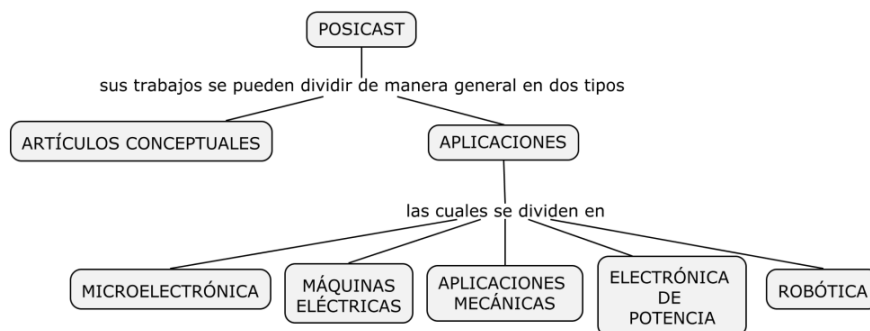


Figura 1. Clasificación general de la literatura sobre Posicast. Por J. Simancas-García, 2017.

5.1 Microelectrónica

Se debe partir de la idea de que existe un amplio rango de sistemas integrados analógicos que se comportan como sistemas de segundo orden ligeramente amortiguados, que además trabajan con señales de pulsos, tales como los amplificadores operacionales usados como comparadores y los convertidores digitales-analógicos (DAC, Digital-Analog Converters). La estabilidad de estos sistemas podría estar comprometida debido a la presencia de sobre-impulso en su respuesta a la entrada escalón unitario. Por otro lado, en aquellos sistemas en los que se trabaje con señales de pulsos, el sobre-impulso puede introducir distorsiones indeseadas en las señales que se están procesando. En este sentido, las aportaciones que se han hecho en el campo de la microelectrónica desde Posicast, han ido en las siguientes direcciones: mejorar la estabilidad de los sistemas analógicos de segundo orden (Rasoulzadeh, 2010); eliminar las distorsiones introducidas en las señales de pulsos procesadas por tales sistemas; reducir el tiempo de establecimiento (*settling time*) y el tiempo de subida (*rise time*) de algunos componentes, que se traducirá en el aumento de la velocidad de ciertas sistemas, como por ejemplo los DAC.

En (Rasoulzadeh & Ghaznavi-Ghouschi, 2009) se presenta el desarrollo de un *Input Shapers* de tipo Posicast clásico y su implementación en un circuito de tecnología CMOS. Como ya es sabido, los bloques esenciales de Posicast son un elemento de escalamiento y retardo, y un sumador. En el artículo se presenta una propuesta de diseño de cada uno de estos elementos a nivel de circuito, en tecnología CMOS. Los resultados se presentan en las figuras 37 y 38.

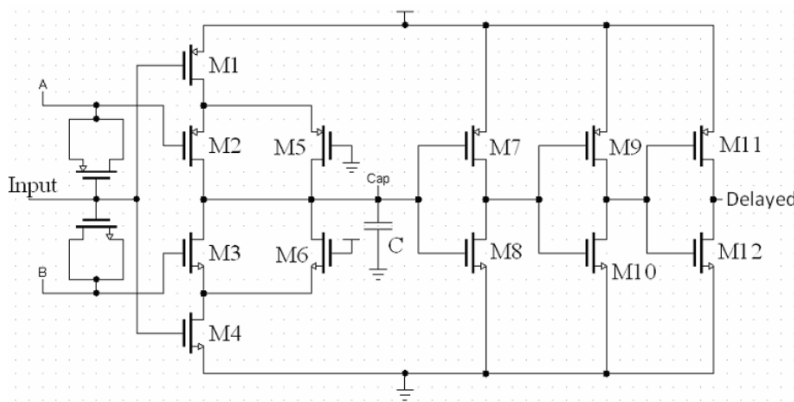


Figura 2. Elemento de retardo CMOS para aplicación en Posicast. Por M. Rasoulzadeh & M. Ghaznavi-Ghouschi, 2009, “Design and Implementation of a CMOS Posicast Pre-Shaper For Vibration Reduction of Op-Amps”, *Proceeding of the World Congress on Engineering and Computer Science 2009*, I, p. 26.

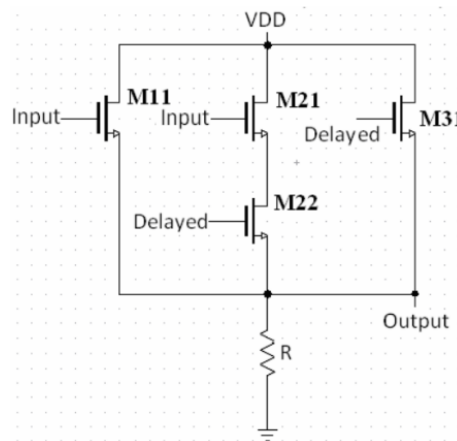


Figura 3. Sumador analógico CMOS para aplicación en Posicast. Por M. Rasoulzadeh & M. Ghaznavi-Ghouschi, 2009, “Design and Implementation of a CMOS Posicast Pre-Shaper For Vibration Reduction of Op-Amps”, *Proceeding of the World Congress on Engineering and Computer Science 2009*, I, p. 26.

Como es sabido de la teoría de Posicast, el escalamiento y el retardo dependen del sistema en particular al cual se le va a aplicar. Para el caso, el sistema objetivo es un amplificador

operacional de dos etapas en tecnología CMOS, el cual se comporta como un sistema ligeramente amortiguado, presentando sobre-impulso en su respuesta a la entrada escalón, y presenta distorsión cuando trabaja con señales de pulsos. Como el objetivo buscado es mejorar la estabilidad del operacional cuando es realimentado, así como su rapidez de respuesta, se miden antes y después de usar Posicast tanto el sobre-impulso como el tiempo de establecimiento. Los resultados en la tabla 11, cuando se ha aplicado una señal de pulso (con flanco positivo y negativo).

Tabla 11

Sobre-impulso y tiempo de establecimiento de amplificador operacional

Para una entrada pulso	Flanco Positivo	Flanco Negativo
Sin Posicast	Sobre-impulso: 25% Tiempo de establecimiento: 205 ns.	Sobre-impulso: 24% Tiempo de establecimiento: 253 ns.
Con Posicast	Sobre-impulso: 1% Tiempo de establecimiento: 34 ns.	Sobre-impulso: 1% Tiempo de establecimiento: 99 ns.

Nota: Aquí se resumen los resultados obtenidos para el tiempo de establecimiento y sobre-impulso en “Design and Implementation of a CMOS Posicast Pre-Shaper For Vibration Reduction of Op-Amps” Por M. Rasoulzadeh & M. Ghaznavi-Ghouschi, 2009, *Proceeding of the World Congress on Engineering and Computer Science 2009*, I.

Los mismos autores toman el Posicast implementado y lo aplican a un par de amplificadores operaciones CMOS, uno de dos etapas y otro de tres etapas (Rasoulzadeh, 2009). En la tabla 12 se presentan los resultados para una entrada escalón unitario. Además, los autores estudian el efecto de que la salida del Posicast no tenga el comportamiento ideal supuesto en la teoría. Tal comportamiento ideal consiste en la inexistencia de variaciones en los tiempos en los que se dan las dos partes del comando, así como en los niveles de las dos partes del comando (que los determina el factor de escalamiento $(\delta/\delta + 1)$). Se presenta en el artículo los efectos en la respuesta del sistema total (amplificador operacional + Posicast) que tiene el comportamiento no

ideal del comando conformado que entrega Posicast. Este comportamiento no ideal se debe al comportamiento no ideal de los dispositivos electrónicos con los que se implementan los elementos de Posicast, tales como variaciones en las características de los transistores, efectos parásitos, entre otros.

Tabla 2

Sobre-impulso y tiempo de establecimiento de amplificadores operacionales

Para una entrada escalón	Amp. Op. de dos etapas	Amp. Op. de tres etapas
Sin Posicast	Sobre-impulso: 23%. Tiempo de establecimiento: 286 ns.	Sobre-impulso: 39%. Tiempo de establecimiento: 52 ns.
Con Posicast	Sobre-impulso: 1%. Tiempo de establecimiento: 62 ns.	Sobre-impulso: 1%. Tiempo de establecimiento: 8 ns.

Nota: Aquí se resumen los resultados obtenidos para el tiempo de establecimiento y sobre-impulso en “Oscillation controlled electronic systems design using Posicast-based pulse pre-shaping”, por M. Rasoulzadeh, 2009, *52nd IEEE International Midwest Symposium on Circuits and Systems, 2009*.

Los resultados obtenidos por los autores evidencia como la efectividad de Posicast, eliminando el sobre-impulso y mejorando el tiempo de establecimiento, se ve reducida en la medida en que el comando Posicast se aleja del comportamiento ideal. Los efectos más severos ocurren cuando las variaciones se dan en los niveles de las partes del comando, los menos severos cuando las variaciones están en la ocurrencia de las partes del comando (Rasoulzadeh, 2009).

Finalmente, se introduce un Posicast programable (Rahimi, 2012). Se trata de una solución en la que los niveles del comando Posicast (determinados por $\delta/\delta + 1$), así como el tiempo relativo de ocurrencia de las dos partes del comando (determinado por T_d), los establece el usuario del sistema mediante unos palabras de código, según sus necesidades de aplicación (las

características del sistema ligeramente amortiguado, es decir, el nivel de sobre-impulso y la frecuencia natural). Se trata de un dispositivo hecho de tecnología CMOS.

5.2 Electrónica de potencia

Posicast ha encontrado su principal aplicación, dentro de la electrónica de potencia, en los convertidores CC-CC. Estos circuitos permiten tomar un valor de voltaje CC y convertirlo en otro valor CC, sea este último mayor o menor que el original. Las aplicaciones de los convertidores son: control de motores eléctricos, en sistemas de grúas, trenes y montacargas (Valderrama, C, & Vega, 2013). Cuando el voltaje de salida es menor que el voltaje de entrada, se trata de un convertidor CC reductor o tipo Buck. Si el voltaje de salida es mayor que el original, se trata de un convertidor CC elevador o tipo Boost. En la figura 39 se presenta el esquema general de un convertidor CC. En la figura 40 se presentan los dos circuitos de conversión que se encontrarían en el bloque Convertidor CC/CC del diagrama de la figura 39.

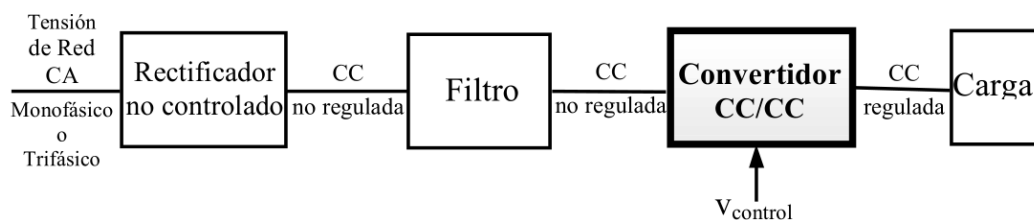


Figura 4. Esquema general de un convertidor CC-CC. Por J. Simancas-García, 2017.

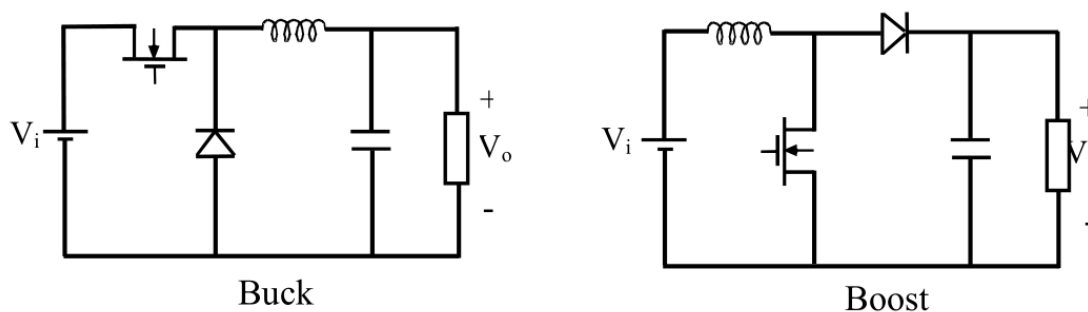


Figura 5. Circuitos de conversión para reducción (Buck) y elevación (Boost). Por J. Simancas-García, 2017.

Los convertidores de potencia son sistemas no lineales en los cuales la frecuencia natural amortiguada es fuertemente dependiente de la carga. Cuando se modelan estos convertidores y se realiza su simulación en Matlab, se puede observar su comportamiento como sistemas críticamente amortiguados, que exhiben un comportamiento con múltiples oscilaciones antes de alcanzar el estado estable (Kumar & Jeevananthan, 2011). De hecho, controlar este comportamiento es uno de los desafíos más relevantes en el diseño de convertidores. Lo anterior se puede evidenciar en la figura 41. Las técnicas de control convencional, por ejemplo PID, logran mitigar ligeramente estas oscilaciones, exhibiendo el comportamiento de un sistema ligeramente amortiguado. En la figura 42 se pueden observar los sobre-impulsos del convertidor CC-CC para diferentes voltajes de entrada, usando un controlador PID convencional. Hung encontró la manera de eliminar este comportamiento usando su controlador híbrido con Posicast, aplicado tanto a convertidores reductores como elevadores. Se realizan pruebas del sistema para diferentes parámetros de carga y condiciones de operación (J Y Hung, 2002). En la figura 43 se presenta el esquema del sistema propuesto Hung para los convertidores CC-CC.

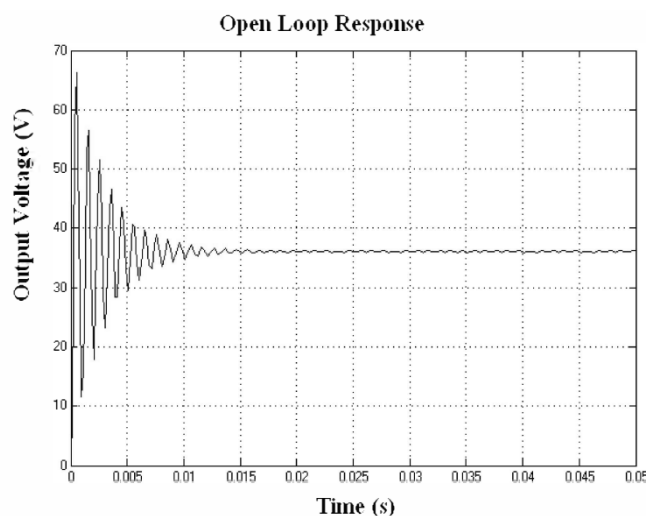


Figura 6. Respuesta a la entrada escalón unitario de un convertidor CC-CC. Por K. Kumar & S. Jeevananthan, 2011, "Design of a Hybrid Posicast Control for a DC-DC Boost Converter operated in Continuous Conduction mode", *International Conference on Emerging Trends in Electrical and Computer Technology (ICETECT) 2011*, p. 242.

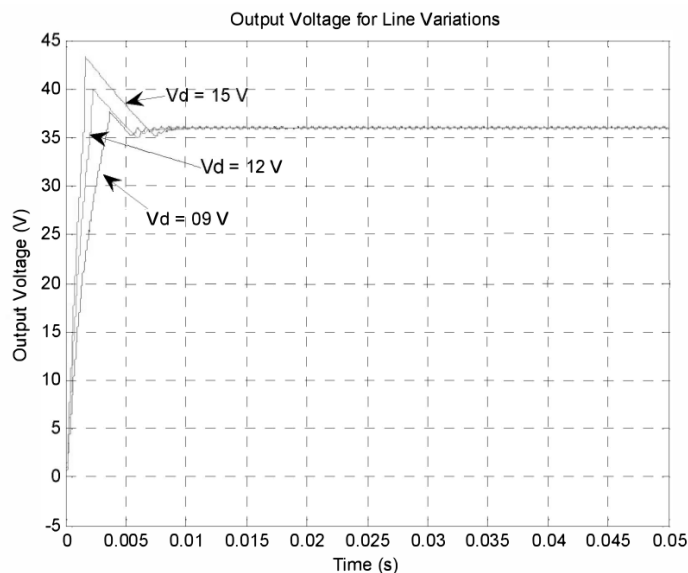


Figura 7. Respuesta a una señal de entrada escalón de un convertidor CC-CC con controlador PID. Por K. Kumar & S. Jeevananthan, 2011, "Design of a Hybrid Posicast Control for a DC-DC Boost Converter operated in Continuous Conduction mode". *International Conference on Emerging Trends in Electrical and Computer Technology (ICETECT) 2011*, p. 245.

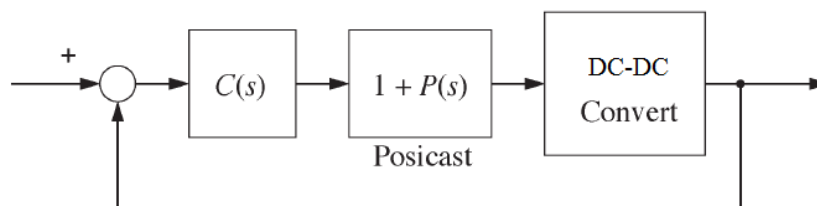


Figura 8. Convertidor DC-DC usando controlador híbrido con Posicast. Por J. Y. Hung, 2002, "Application of Posicast principles in feedback control", *Proceedings of the 2002 IEEE International Symposium on Industrial Electronics, 2002*, 2, p. 501.

Posteriormente, Hung y otros realizan dos implementaciones digitales de su controlador híbrido; primero fue aplicado a un convertidor elevador (Feng, Hung, & Nelms, 2003); segundo en un convertidor reductor (Feng, Nelms, & Hung, 2006). Las implementaciones se materializaron mediante el uso de Procesadores Digitales de Señales (DSP, *Digital Signal Processors*). En estos trabajos no hubo una preocupación exclusiva por el sobre-impulso, sino que se investigaron también los efectos de la variación de los parámetros del controlador clásico ($C(s)$) en la respuesta de los convertidores. Para los casos, el controlador es un integrador con

función de transferencia $C(s) = K/s$. En la figura 44 se puede observar la respuesta para diferentes valores de K .

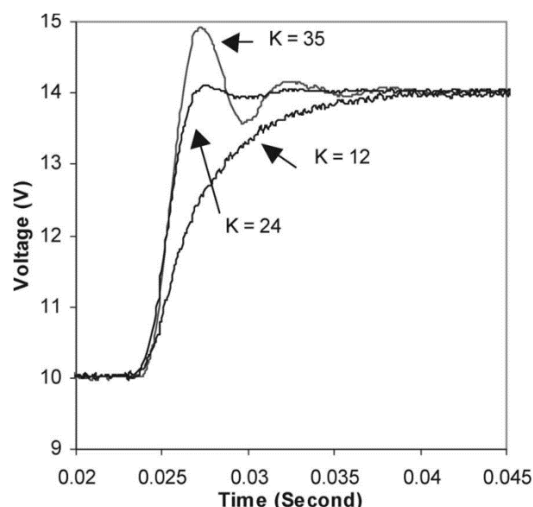


Figura 9. Respuesta a la entrada escalón para diferentes ganancias del integrador $C(s)$. Por Q. Feng, R. Nelms, & J. Hung, 2006, "Posicast-based digital control of the buck converter", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 53 (3), p. 765.

También estuvieron interesados en investigar los efectos que tienen las variaciones en los parámetros del sistema Posicast sobre la respuesta del convertidor CC-CC, δ y T_d . En la figura 45 se puede ver tal efecto. Finalmente, observaron los efectos de los cambios en la carga del convertidor CC-CC, para inspeccionar la sensibilidad del sistema variaciones en la carga, una situación normal durante la operación de cualquier sistema de potencia como el estudiado en estos trabajos. En la figura 46 se puede observar el efecto de los cambios de carga. Se puede concluir de lo observado que el convertidor usando el controlador híbrido de Hung es más sensible a variaciones en el controlador-integrador, que a los parámetros Posicast o a la carga misma. Esto último permite evidenciar un mejor desempeño ante variaciones de carga cuando se le compara con su contraparte basada en PID convencional.

Adicional a todo lo dicho, ventajas adicionales se han observado experimentalmente entre las que se incluyen (Feng et al., 2003):

- El método de control produce una buena respuesta que es predecible para modelos de pequeña señal de tiempo continuo de los convertidores CC-CC.
- El elemento clave de la estructura del controlador Posicast es su fácil implementación en hardware de tiempo discreto, y las ganancias del controlador se determinan sin mayor complejidad.
- La respuesta en frecuencia de los elementos Posicast inherentemente reduce el ruido de alta frecuencia, mientras el control PID convencional requiere filtrado adicional para limitar su contenido de alta frecuencia.
- Los experimentos confirmaron que el margen de ganancia de los convertidores compensados con Posicast es aceptable, y en algunos casos mejor que los convertidores compensados con PID convencional.

Cuando se requiere que el voltaje de salida del convertidor no sea exclusivamente mayor o mejor que el voltaje de entrada, entonces se utiliza uno tipo SEPIC (*Single Ended Primary Inductor Converter*), el cual permite obtener una salida mayor, menor o igual a la entrada, según las necesidades de la aplicación. Este comportamiento se controla mediante el ciclo útil de la señal generada por el circuito de control y que es aplicada al transistor (Kalantar, 2010). En la figura 47 se presenta el circuito de este tipo de convertidor.

Al igual que en los convertidores convencionales, los SEPIC tienen el comportamiento oscilatorio en principio, que se va amortiguando con el paso del tiempo. También es compensado mediante controladores PID convencionales, que no suprimen el comportamiento ligeramente oscilatorio. Por lo anterior, son también aptos para aplicar controladores híbridos con Posicast. En (Kalantar, 2010) los autores compensan un SEPIC con controlador híbrido con Posicast. Sin

embargo, sólo se concentran en la eliminación del sobre-impulso, y al análisis comparativo con convertidores compensados con PID convencional.

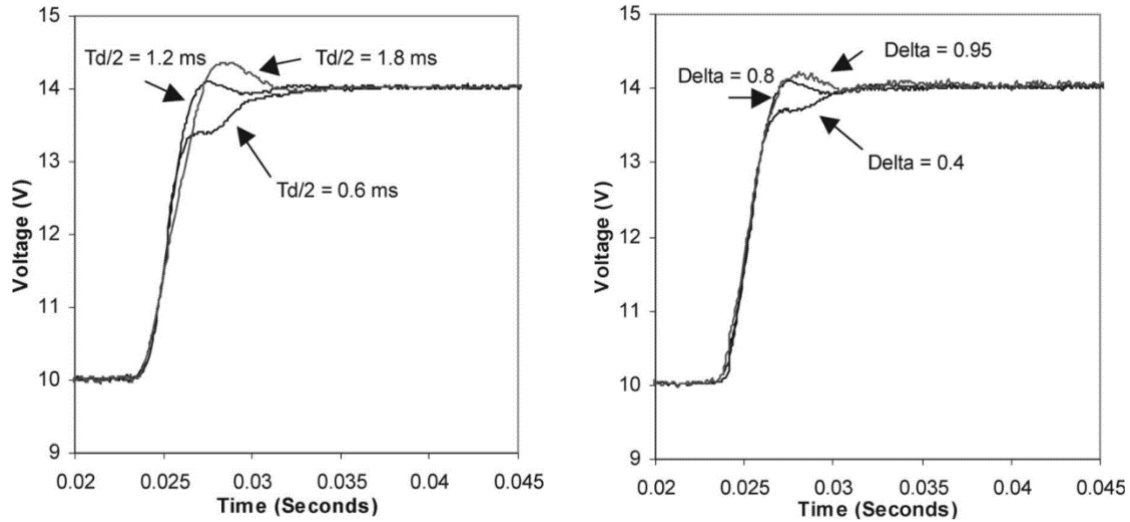


Figura 10. Respuesta a la entrada escalón para diferentes parámetros del sistema Posicast. Por Q. Feng, R. Nelms, & J. Hung, 2006, "Posicast-based digital control of the buck converter", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 53 (3), p. 765-766.

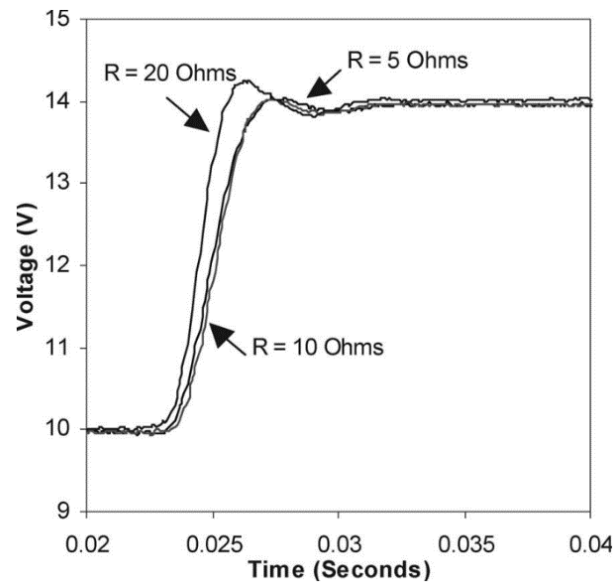


Figura 11. Respuesta a la entrada escalón para diferentes cargas del convertidor CC-CC. Por Q. Feng, R. Nelms, & J. Hung, 2006, "Posicast-based digital control of the buck converter", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 53 (3), p. 766.

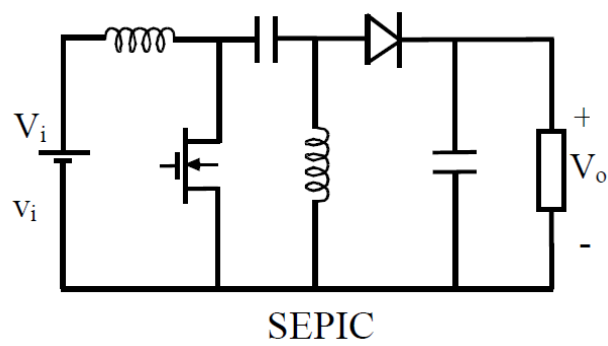


Figura 12. Convertidor CC-CC SEPIC. Por J. Simancas-García, 2017.

6. Metodología

Como el sistema bajo estudio son los filtros analógicos que se usan en instrumentación, las variables de interés son: la respuesta transitoria y respuesta en frecuencia (magnitud y fase). La primera de estas variables permitió analizar el problema de la distorsión introducida por el filtrado en las señales de pulsos. La segunda variable, permitió observar el efecto que tiene el uso de Posicast en el comportamiento selectivo del filtro, que es la esencia de la aplicación del filtrado; la aplicación de Posicast no puede afectar negativamente el desempeño en frecuencia del filtro, de ser así no tendría sentido la aplicación de la técnica.

La ruta seguida fue la siguiente:

- Se diseñaron los filtros analógicos para el procesamiento de señales de pulsos. Para el caso concreto de la investigación, el interés se centró en las dos aproximaciones extremas: Bessel y Tchebysehv.
- Se caracterizaron temporalmente los filtros mediante la identificación de sistemas de la ingeniería de control, que consistió en la aplicación de una entrada escalón unitario al sistema bajo estudio, para el caso, los filtros analógicos. Esta caracterización arrojó un par de datos importantes: el periodo amortiguado T_d y el sobre-impulso δ , en los filtros con comportamiento ligeramente amortiguado.
- Se aplicó Posicast, usando la información de periodo de amortiguamiento y sobre-impulso, a los filtros con comportamiento ligeramente amortiguado. Se analizó la respuesta transitoria para corroborar la eliminación de las distorsiones por sobre-impulso. También se analizó la respuesta en frecuencia para observar el efecto de Posicast en las características selectivas del filtro, que no debían verse afectadas.

- Analizar el desempeño frente al ruido de los filtros sin Posicast y con Posicast.

Todo lo anterior se llevó a cabo mediante simulaciones en dos niveles: a nivel de sistema en Matlab; a nivel de circuito en Multisim. A continuación se presentan los objetivos planteados en la investigación y las actividades para su consecución:

Objetivos	Actividades
Establecer las condiciones de diseño de los filtros analógicos para acondicionamiento de señales de pulsos que implique la utilización de la técnica Posicast.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Documentación de los distintos tipos de filtros, y análisis de la respuesta transitoria de cada uno de ellos. Selección de los filtros adecuados en el acondicionamiento de señales de pulsos y que requieran el uso de Posicast con el criterio de sobre-impulso. 2. Realización de simulaciones a nivel de sistema (usando Matlab) y a nivel de circuito (usando Multisim), para caracterizar el desempeño de los filtros en el dominio del tiempo y de la frecuencia.
Diseñar filtros de prueba para acondicionamiento de señales de pulsos para aplicaciones industriales con eliminación de sobre-impulso.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Diseño de filtros genéricos para el acondicionamiento de las señales de pulsos y caracterización en tiempo y frecuencia. 2. Aplicación de Posicast a los filtros con sobre-impulso. Caracterización de la respuesta en frecuencia del filtro con Posicast mediante simulación.
Desarrollar ejercicios de simulación que permitan evaluar el desempeño de la solución desarrollada.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Síntesis electrónica de filtros analógicos para el cumplimiento de especificaciones en el acondicionamiento de señales de pulsos, y su caracterización en tiempo y frecuencia mediante simulación. 2. Aplicación de Posicast para eliminar el sobre-impulso presente en los filtros electrónicos. Simulación para caracterizar el desempeño de estos filtros modificados.
Evidenciar de forma simulada que la aproximación desarrollada soluciona el problema de sobre-impulsos en el filtrado analógico.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Simulación de la identificación de los filtros que usan Posicast. 2. Medición del sobre-impulso en cada caso. 3. Análisis comparativo del filtrado sin Posicast y el filtrado con Posicast.

Aplicación de Posicast para eliminar el sobre-impulso presente en los filtros electrónicos. Simulación para caracterizar el desempeño de estos filtros modificados.			
Simulación de la identificación de los filtros que usan Posicast.			
Medición del sobre-impulso en cada caso.			
Análisis comparativo del filtrado sin Posicast y el filtrado con Posicast.			

7. Resultados

7.1 Aproximación de diseño propuesta

7.1.1 Contexto.

Un codificador óptico de posición utilizado en robótica, entrega una señal de pulsos con periodo de 10 ms, ciclo útil del 50% y amplitud de 1.2 V. Debido al entorno de la aplicación, la señal es afectada por ruido de alta frecuencia y debe ser filtrada. Además, la etapa de conteo es de tecnología TTL. Lo anterior conduce a que las especificaciones del filtro deben ser:

- Paso-bajo
- $f_o = 1kHz$
- $K = 4$

Sin embargo, lo que aún no se decide es la aproximación que se va a sintetizar electrónicamente en un filtro activo de segundo orden. La decisión se decanta a la escogencia entre Bessel y Tchebyshev, de las tres posibilidades que permite la estructura Sallen-Key. Se deja abierta la opción de que la aproximación Tchebyshev puede ser para dos valores de Q distintos, que para el caso son $Q = 1$ y $Q = 2$.

7.1.2 Problema.

Del marco teórico se sabe que Bessel tiene la banda de transición con el peor desempeño de todas las aproximaciones de filtro conocidas, por ende, no es recomendable en la eliminación de ruido de alta frecuencia. Sin embargo, su respuesta temporal no introduce distorsiones en las señales de pulsos. Por otro lado, la aproximación Tchebyshev tiene una banda de transición con un buen desempeño, lo que hace favorable se aplicación para la eliminación de ruido de alta

frecuencia, pero su respuesta temporal introduce distorsiones en las señales de pulso debido a la presencia de sobre-impulsos.

El diseñador parte del desarrollo teórico, y toma el factor paso-bajo de segundo orden presentado en el marco teórico, el cual se reproduce a continuación:

$$H_{2LP}(s) = \frac{H_0 \omega_0^2}{s^2 + 2\alpha \omega_0 s + \omega_0^2} \quad (48)$$

Donde se sabe que $\alpha = \frac{1}{Q}$. Los valores de Q para las aproximaciones que se están analizando son los siguientes: Q = 0.577 (Bessel), Q = 1 y Q = 2 (Tchebyshev). Además, para las especificaciones requeridas, $H_0 = 4$ y $\omega_0 = 2\pi(1kHz)$. Se lleva a cabo la implementación del factor en Matlab® para las distintas aproximaciones, usando la herramienta Simulink, lo cual queda plasmado en la figura 48. Luego de simular las dos aproximaciones los resultados se ilustran en las figuras 49, 50 y 51, donde se presentan las salidas de los tres filtros, respectivamente. Son evidentes las distorsiones introducidas por los filtros con mejor desempeño en frecuencia (Tchebyshev), es la desventaja resultante de su notable banda de transición. Es evidente también que entre mayor sea el valor de Q, más pronunciadas son las distorsiones, razón por la cual no se contemplan valores de Q mayores a los propuestos. Bessel se destaca por no presentar ningún tipo de distorsión.

La conclusión obvia, luego de los resultados observados, es escoger un filtro Bessel, a pesar de banda de transición no adecuada para la eliminación de ruido de alta frecuencia. Sin embargo, existe la posibilidad de hacer que el filtro Tchebyshev no presente las distorsiones por sobre-impulso, sin que por ello pierda su mayor pendiente en la banda de transición.

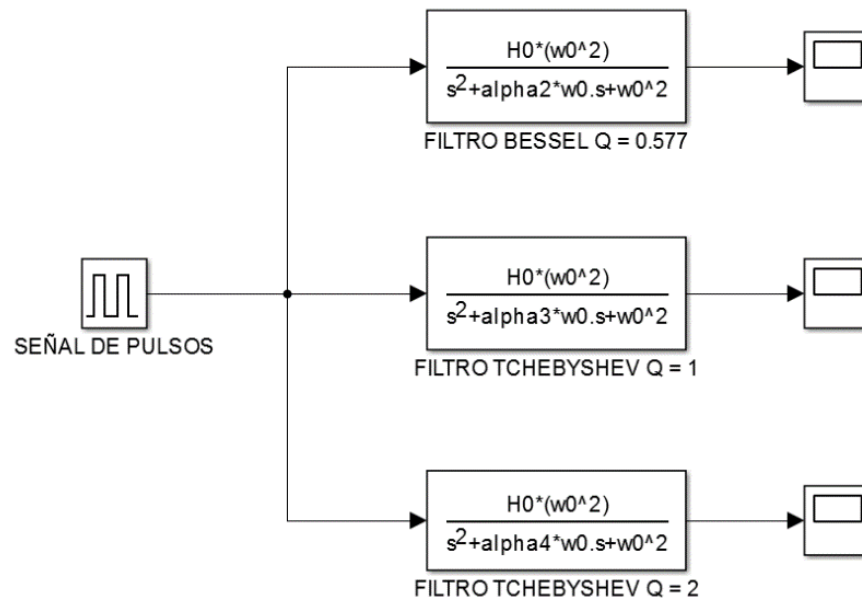


Figura 1. Aproximaciones de Filtros en Matlab®. H_0 es la amplitud en la banda de paso. α_i los coeficientes de amortiguamiento de cada filtro. ω_0 es la frecuencia de corte de los filtros. Por J. Simancas-García, 2017.

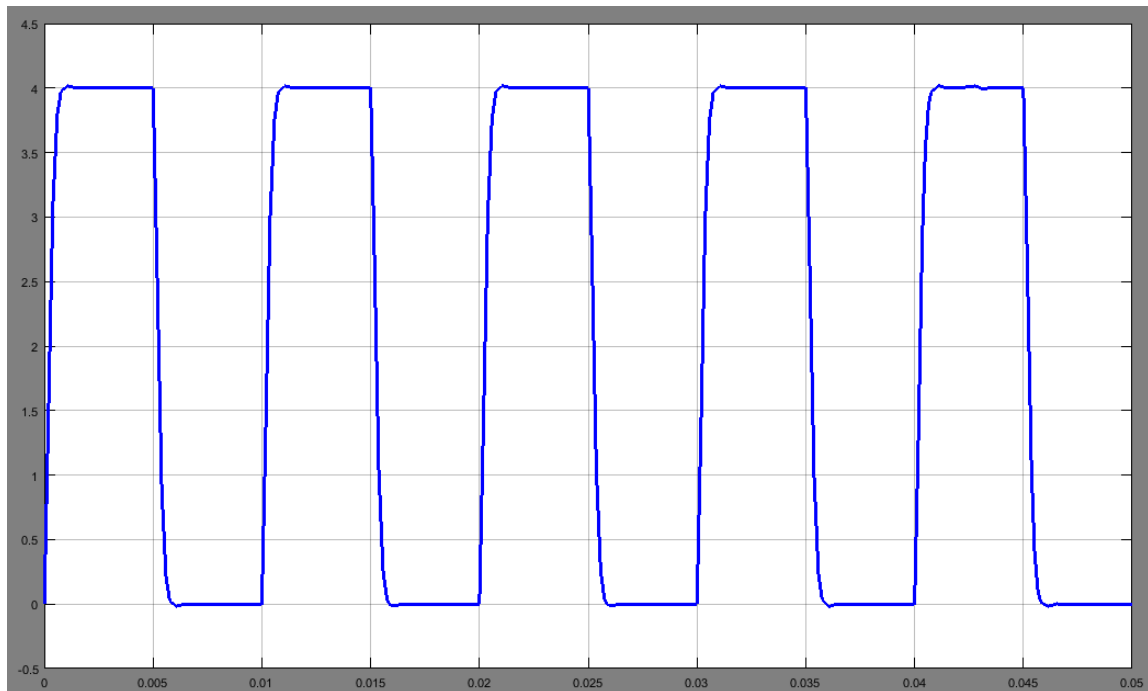


Figura 2. Señal de pulsos en la salida de una aproximación de Bessel. La amplitud en Voltios y el tiempo en segundos. Por J. Simancas-García, 2017.

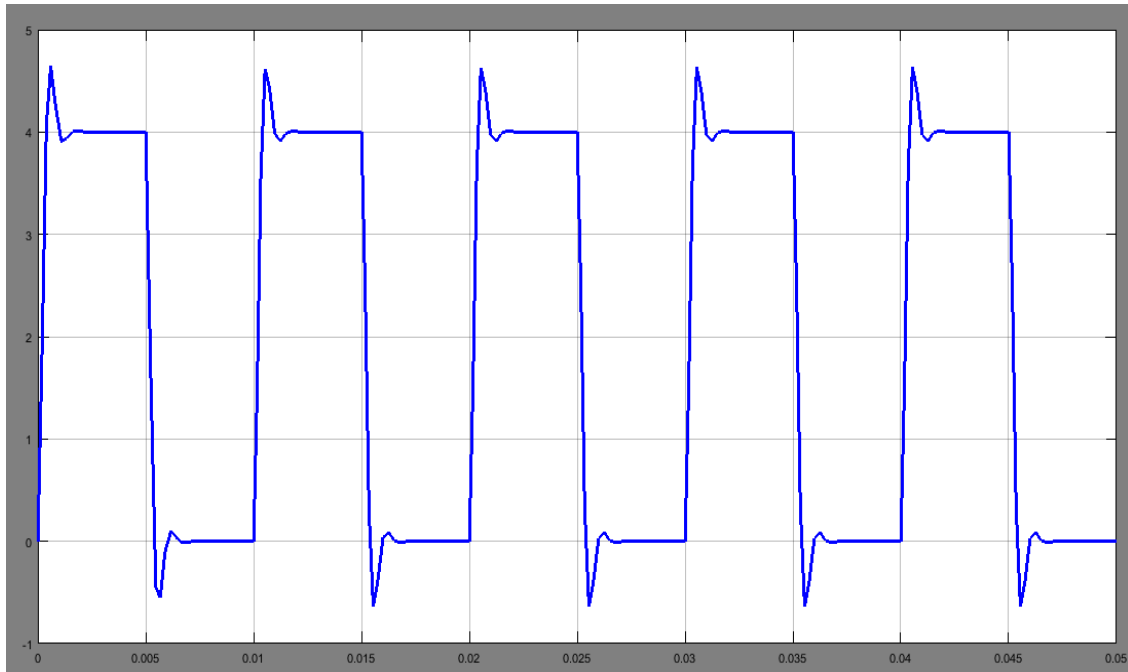


Figura 3. Señal de pulsos en la salida de una aproximación de Tchebyshev $Q = 1$. La amplitud en Voltios y el tiempo en segundos. Por J. Simancas-García, 2017.

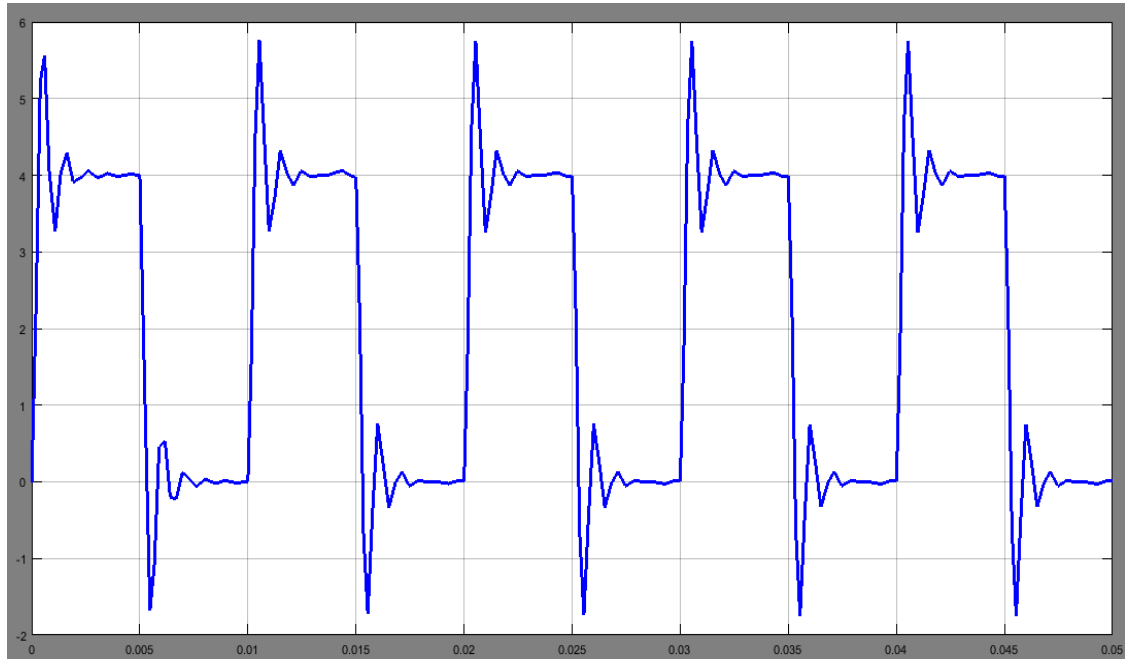


Figura 4. Señal de pulsos en la salida de una aproximación de Tchebyshev $Q = 2$. La amplitud en Voltios y el tiempo en segundos. Por J. Simancas-García, 2017.

7.1.3 Solución.

Dado que los filtros Tchebyshev se comportan como sistemas ligeramente amortiguados, para solucionar el problema de distorsión que introducen, se puede utilizar una técnica de control de lazo abierto para eliminación sobre-impulso conocida como Posicast, la cual ya fue explicada en el marco teórico. Para conseguir eliminar el sobre-impulso, los filtros que lo presenten deben ser anteccedidos por una etapa Posicast, como se presenta en la figura 52. La implementación del sistema Posicast en Simulink de Matlab® se presenta en la figura 53.

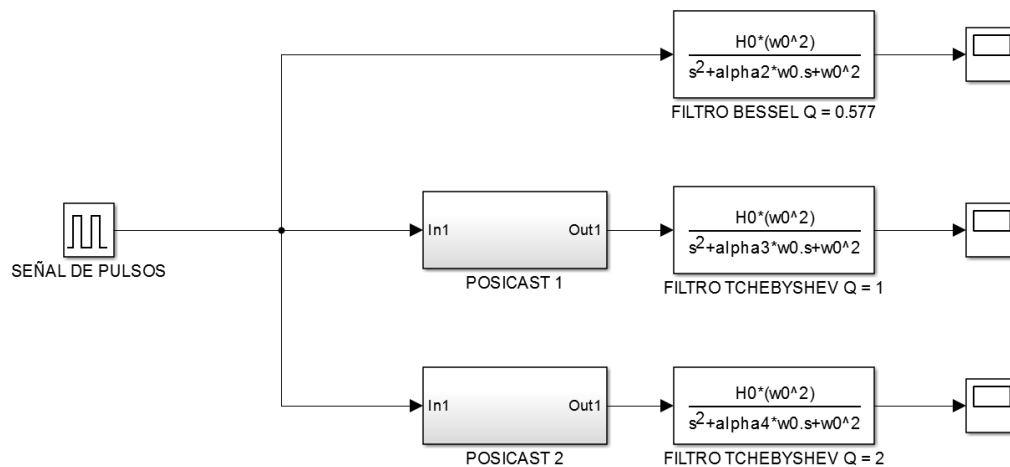


Figura 5. Estructura de filtros Tchebyshev con Posicast. H_0 es la amplitud en la banda de paso. α_i los coeficientes de amortiguamiento de cada filtro. ω_0 es la frecuencia de corte de los filtros. Por J. Simancas-García, 2017.

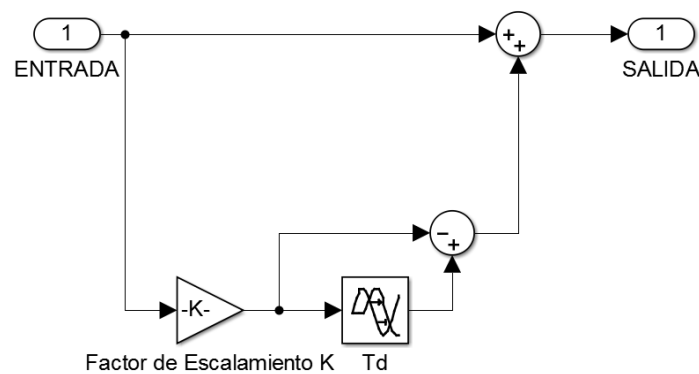


Figura 6. Esquema de implementación de Posicast en Simulink. $k = \delta/(\delta + 1)$, donde δ es el sobre-impulso. T_d es el periodo amortiguado del sistema. Por J. Simancas-García, 2017.

El diseñador debe calcular el factor de escalamiento K (que no se debe confundir con la ganancia del filtro), y el tiempo T_d , que está definido como el tiempo en el ocurre el sobre-impulso. Para ello debe contar con la respuesta a la entrada escalón unitario de los filtros, como se ilustra en la figura 54. La teoría de Posicast presentada en los artículos sobre el tema dice que el factor de escalamiento está definido de la siguiente manera:

$$K = \frac{\delta}{1+\delta} \quad (49)$$

Donde δ es el sobre-impulso presentado por el sistema, para el caso, los filtros de Tchebyshev. Esta expresión asume que el valor final de la variable o señal de salida es igual a 1, como los filtros de la figura 54. Esto se ha generalizado así, porque Posicast ha tenido principal aplicación en sistemas carentes de ganancia diferente de 1, pero cuando un sistema ligeramente amortiguado tiene ganancia distinta de 1, la fórmula del factor de escalamiento presentada antes no funciona, y debe ser ligeramente modificada:

$$K = \frac{\delta}{V_F + \delta} \quad (50)$$

Donde V_F es el valor final de la variable. Una vez obtenidos los parámetros del sistema Posicast y aplicado al filtro de interés, la respuesta del sistema filtro + Posicast al escalón unitario es presentada en las gráficas inferiores de la figura 54. Finalmente, en la misma figura se evidencia la reducción del tiempo de establecimiento en los filtros cuando se usa Posicast, permitiendo el filtrado de señales de pulsos de mayor frecuencia, generadas por codificadores de posición ópticos usadas en motores de alta velocidad.

En las figuras 55 y 56 se presentan las señales de pulsos filtradas en las aproximaciones Tchebyshev que se han estado analizando con la adición de Posicast. Se concluye que hay eliminación de la distorsión por sobre-impulso, logrando de esta manera que los filtros de Tchebyshev sean aptos para el procesamiento de señales de pulsos. Llegados a este punto, y dada

la relación entre el desempeño en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia, resulta de interés saber cuál ha sido el efecto del uso de Posicast en la respuesta en frecuencia del filtro.

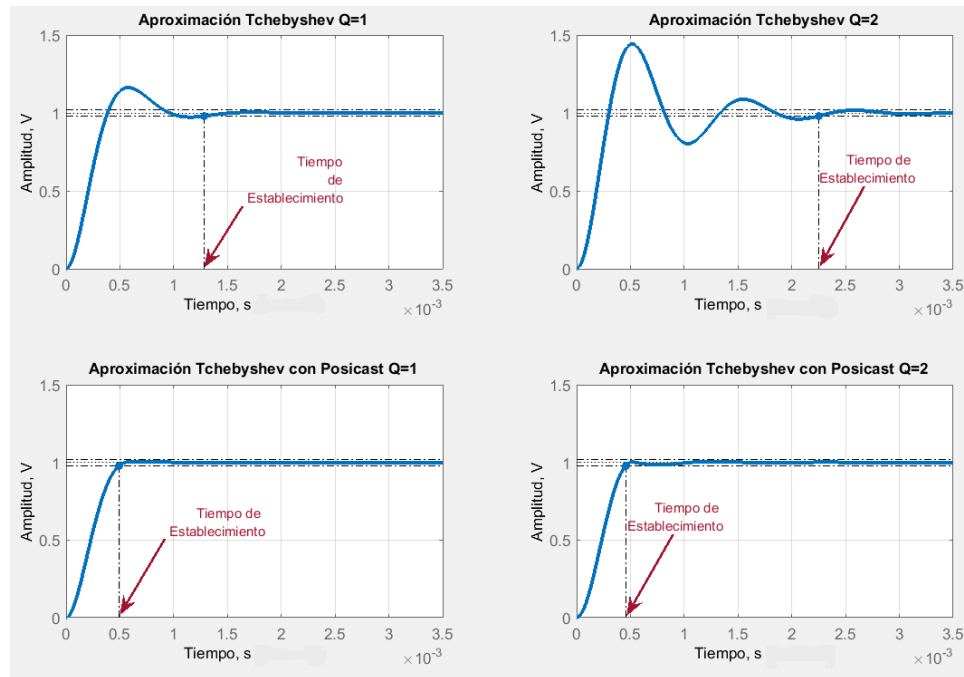


Figura 7. Respuesta al escalón unitario de dos filtros Tchebyshev. La amplitud en Voltios y el tiempo en segundos. Por J. Simancas-García, 2017.

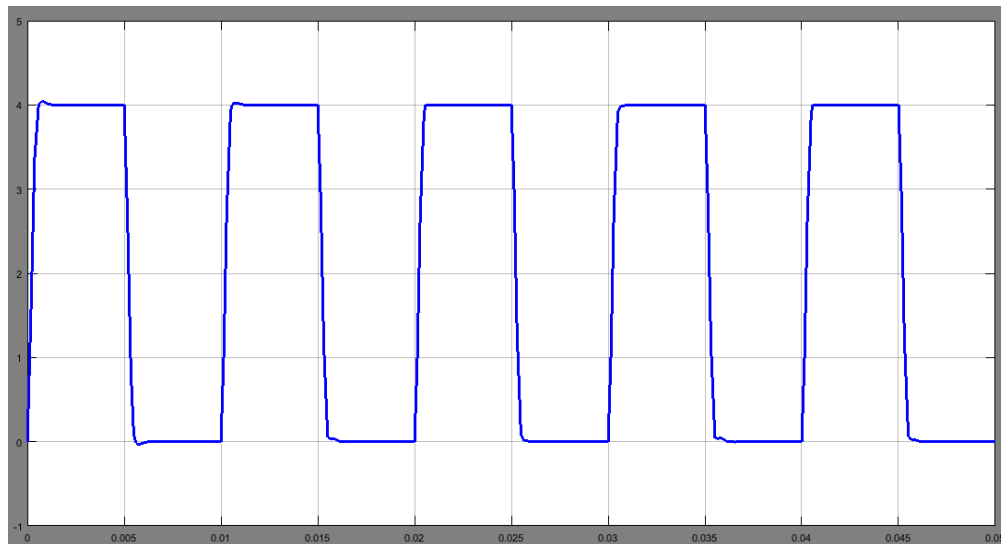


Figura 8. Señal de pulsos en la salida de una aproximación de Tchebyshev $Q = 1$ con Posicast. La amplitud en Voltios y el tiempo en segundos. Por J. Simancas-García, 2017.

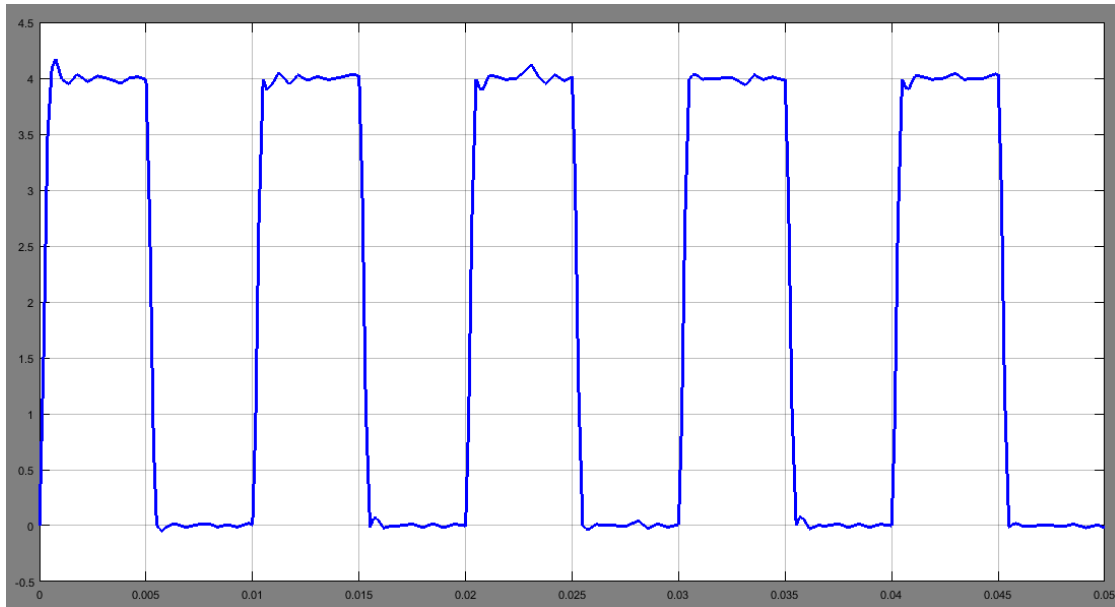


Figura 9. Señal de pulsos en la salida de una aproximación de Tchebyshev $Q = 2$ con Posicast. La amplitud en Voltios y el tiempo en segundos. Por J. Simancas-García, 2017.

En la figura 57 se presenta la respuesta en frecuencia de dos filtros Tchebyshev sin Posicast y con Posicast. Como se puede observar, en las cercanías a la frecuencia de corte la pendiente en la banda de transición se incrementa en relación a la versión del filtro sin Posicast, si bien aparece un rizado en la banda de transición. El comportamiento de la fase dentro de la banda de paso se mantiene básicamente inalterado. Aparecen unas fluctuaciones de fase, pero fuera de la banda de interés, así que no repercuten significativamente en el desempeño del filtro.

En síntesis, lo que se debe hacer para construir filtros que tengan un desempeño aceptable en la banda de transición, necesario para la eliminación de ruido de alta frecuencia, y que al mismo tiempo no distorsionen las señales de pulsos, debido a su comportamiento ligeramente amortiguado, es anteponer un bloque Posicast al filtro, una vez este último ha sido diseñado para las especificaciones frecuenciales que exige la aplicación.

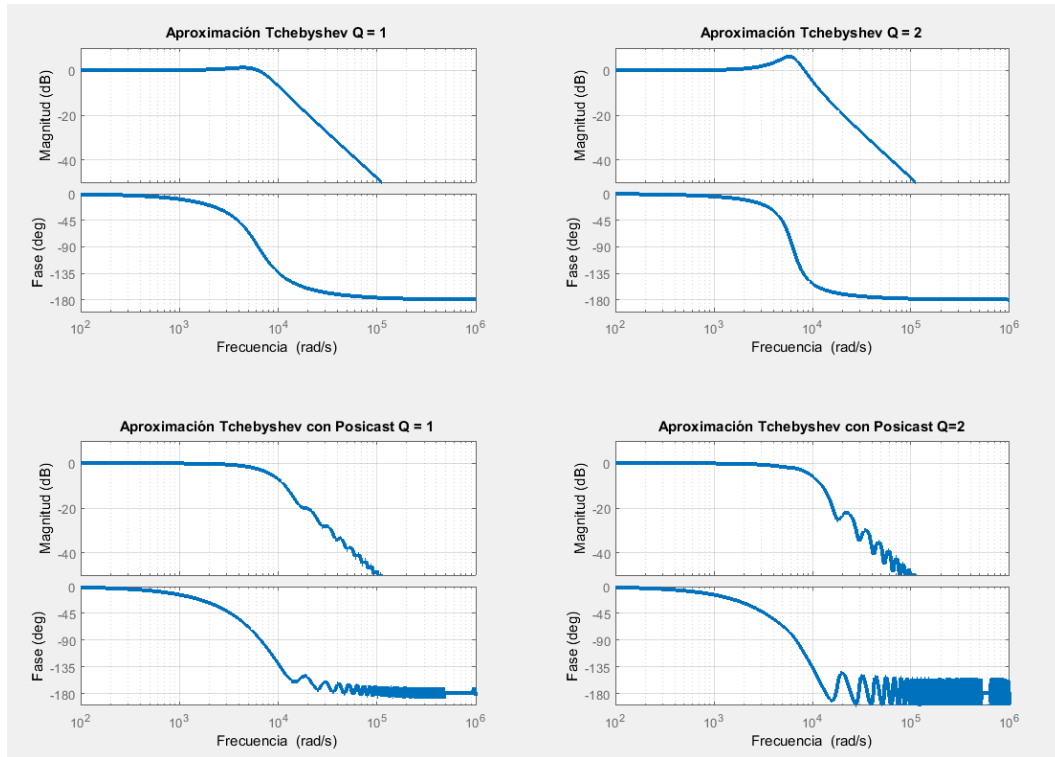


Figura 10. Respuesta en frecuencia de filtros con aproximación Tchebyshev sin Posicast y con Posicast. Por J. Simancas-García, 2017.

7.2 Ejercicios de simulación y resultados

En esta parte se presentan los resultados de la síntesis electrónica de la topología propuesta en la sección anterior, usando para ello el simulador de circuitos Multisim®. El objeto es verificar si resulta viable la propuesta desde la perspectiva de la implementación hardware. El contexto sigue siendo el mismo que sirvió de premisa en el planteamiento de la topología. Por tratarse de la más utilizada en instrumentación electrónica por sus múltiples ventajas, la topología o esquema para el filtro será VCVS, más conocido como Sallen-Key. En la figura 58 se presenta la topología. Resulta un poco diferente a la presentada en el marco teórico. La razón de ello es que en aquella existe una relación directa entre la ganancia del filtro y su factor de calidad, y el cambio en uno de estos parámetros afecta directamente al otro, sin que exista forma de equilibrar el cumplimiento de estas dos especificaciones de manera simultánea. En otras

palabras, cuando se especifica una ganancia cualquiera K en un diseño de filtro, el factor de calidad Q queda sujeto al valor de esta ganancia de manera fija. Cualquier intento por conseguir un equilibrio entre estas dos especificaciones impacta directamente a la frecuencia de corte, lo que dificulta el proceso de diseño en el intento por cumplir todas las especificaciones.

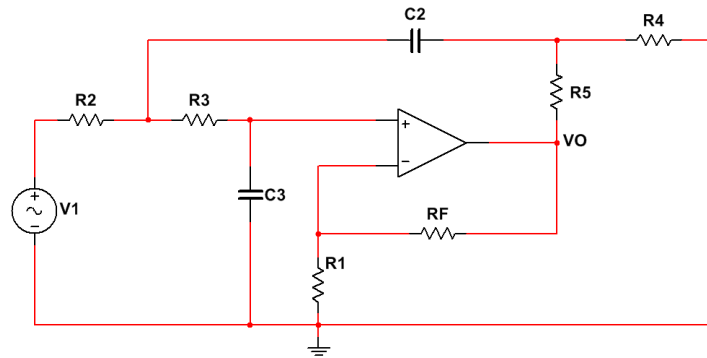


Figura 11. Topología Sallen-Key modificada. Por J. Simancas-García, 2017.

Asumiendo que $R_1 = R_2 = R_3 = R$, y $C_2 = C_3 = C$, las ecuaciones para el diseño de esta versión de Sallen-Key quedan resumidas a continuación:

$$f_o = \frac{1}{2\pi RC} \quad (51)$$

$$K = 1 + \frac{R_F}{R} \quad (52)$$

$$Q = \frac{1}{3-xK} \quad (53)$$

Donde $x = \frac{R_4}{R_4 + R_5}$. Como se puede ver, el factor x permite equilibrar los valores de Q y K sin

afectar la ganancia misma, ni la frecuencia de corte. Utilizando estas ecuaciones, y las especificaciones ya conocidas se obtienen los valores de los componentes del circuito, los que cuales quedan como se presenta en la tabla 14.

En las figuras 59, 60 y 61 aparecen las respuestas a la entrada escalón de las tres aproximaciones. Como se puede corroborar, el filtro de Bessel tiene una respuesta temporal

propia de un sistema amortiguado de segundo orden. Por su parte, las aproximaciones Tchebyshev tienen el comportamiento de sistemas ligeramente amortiguados. En la tabla 15 se presentan los parámetros obtenidos de la respuesta temporal de las aproximaciones Tchebyshev, que se utilizan en la configuración del sistema Posicast.

En las figuras 62, 63 y 64, aparecen los trenes de pulsos filtrados por cada una de las aproximaciones de filtros implementadas. Una vez más se verifica que la mejor respuesta temporal la ofrece la aproximación Bessel, y son evidentes las distorsiones ocasionadas por las aproximaciones Tchebyshev. Es claro entonces porque los diseñadores prefieren los filtros de Bessel cuando se trata de aplicaciones con señales de pulsos, so pena de tener una banda de transición de baja pendiente, como se observa en la figura 65. Es claro que en Bessel la atenuación empieza mucho antes de la frecuencia de corte, ocasionando que se atenúen señales dentro de la banda de interés. En el caso de la figura 65, la atenuación empieza cerca de los 100 Hz, y todas las señales comprendidas entre 110 Hz y 1 kHz se atenúan en relación con la ganancia en baja frecuencia.

Para la aproximación Tchebyshev, es claro de la figura 65, que la atenuación comienza en la frecuencia de corte o cerca de ella. Esto es deseable porque no se atenúan señales dentro de la banda de interés. En la misma figura se puede ver que la aproximación Bessel tiene una respuesta en fase más lineal que su contraparte Tchebyshev.

Continuando con el objetivo de eliminar la distorsión en la aproximación Tchebyshev, se implementa en el simulador el sistema Posicast, el cual se presenta en la figura 66. Las respuestas a la entrada escalón presentadas en figuras anteriores permitieron calcular los parámetros de Posicast, los cuales se resumieron en la tabla 15. Esta estructura Posicast se coloca entre la señal de pulsos y la entrada del filtro.

Tabla 1

Componentes del circuito de filtro para cada una de las aproximaciones

Aproximación	Componentes electrónicos
Bessel $Q = 0.577$	$C_2 = C_3 = C = 0.01\text{ }\mu\text{F}$
	$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 15.9\text{ k}\Omega$
	$R_F = 47.7\text{ k}\Omega$
	$R_5 = 34.3\text{ k}\Omega$
Tchebyshev $Q = 1$	$C_2 = C_3 = C = 0.01\text{ }\mu\text{F}$
	$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 15.9\text{ k}\Omega$
	$R_F = 47.7\text{ k}\Omega$
	$R_5 = 15.9\text{ k}\Omega$
Tchebyshev $Q = 2$	$C_2 = C_3 = C = 0.01\text{ }\mu\text{F}$
	$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 15.9\text{ k}\Omega$
	$R_F = 47.7\text{ k}\Omega$
	$R_5 = 9.5\text{ k}\Omega$

Nota: Cada una de las aproximaciones tiene distintos valores de componentes para la topología Sallen-Key. Por J. Simancas-García, 2017.

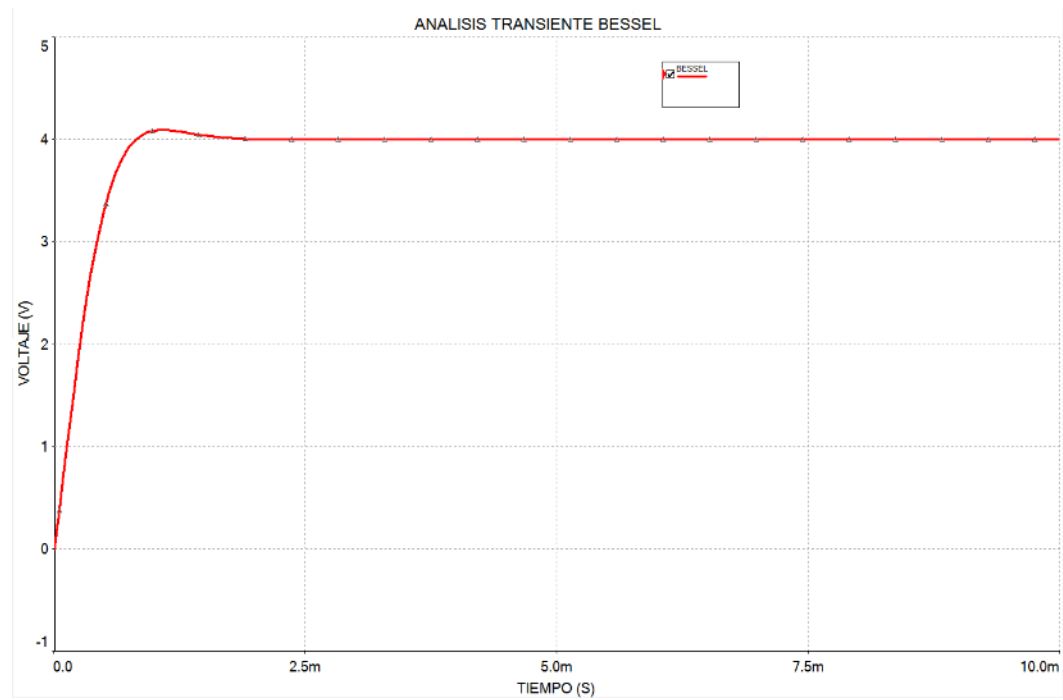


Figura 12. Respuesta a la entrada escalón unitario de la aproximación Bessel. Por J. Simancas-García, 2017.

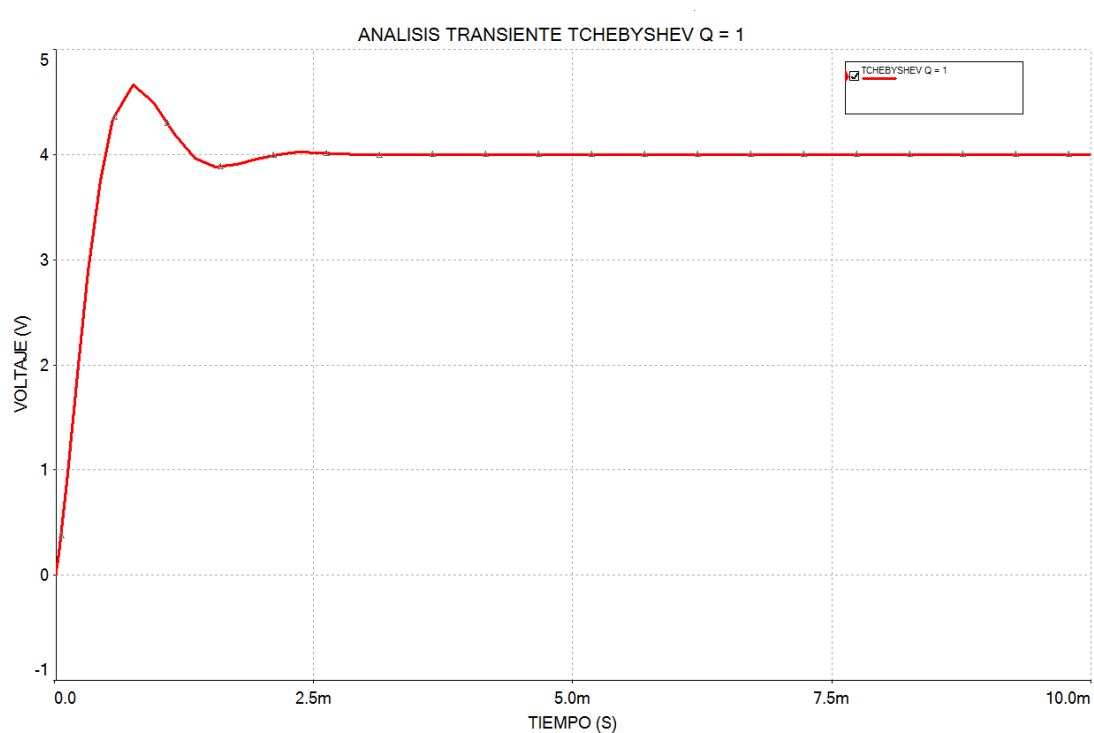


Figura 13. Respuesta a la entrada escalón unitario de la aproximación Tchebyshev Q = 1. Por J. Simancas-García, 2017.

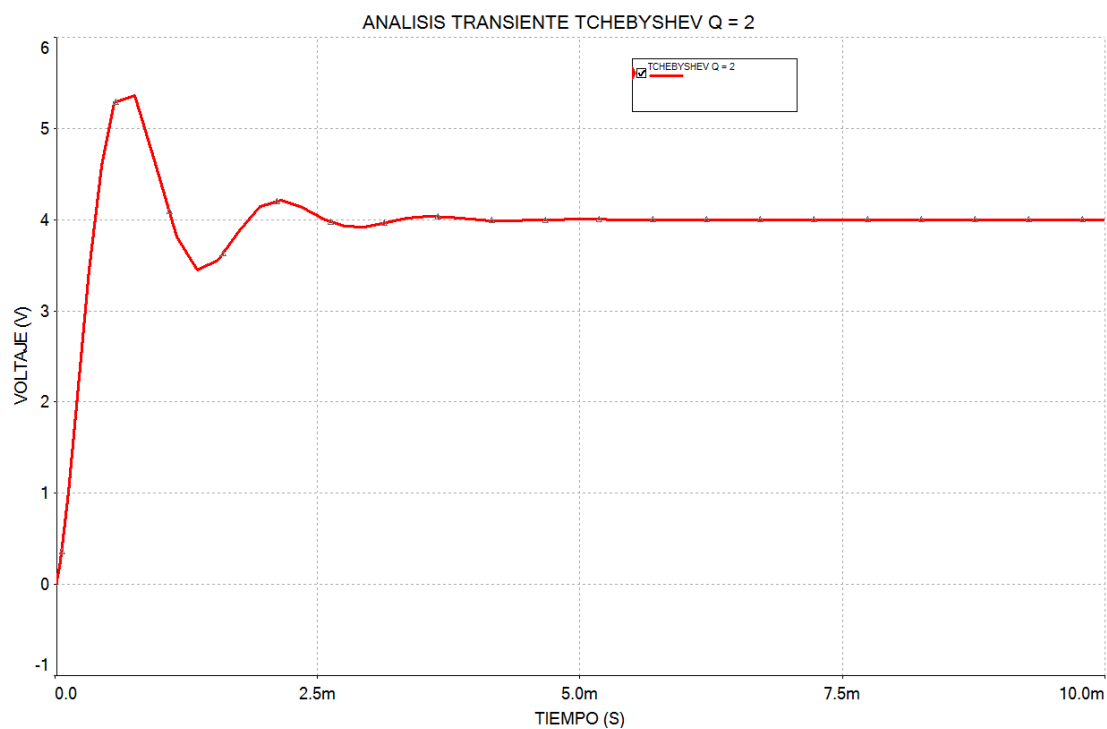


Figura 14. Respuesta a la entrada escalón unitario de la aproximación Tchebyshev Q = 2. Por J. Simancas-García, 2017.

Tabla 2

Parámetros del sistema Posicast para cada uno de los filtros Tchebyshev

Aproximación	Parámetros para Posicast
Tchebyshev Q = 1	$V_F = 4\text{ V}$ $\delta = 0.6632$ $T_d = 746.1084\text{ us}$ $K = \frac{0.6632}{4 + 0.6632} = 0.1422$
Tchebyshev Q = 2	$V_F = 4\text{ V}$ $\delta = 1.4047$ $T_d = 902.1407\text{ us}$ $K = \frac{1.4047}{4 + 1.4047} = 0.2599$

Nota: Cada aproximación requiere su propia versión de Posicast, pues tienen diferentes respuestas transitorias. Por J. Simancas-García, 2017.

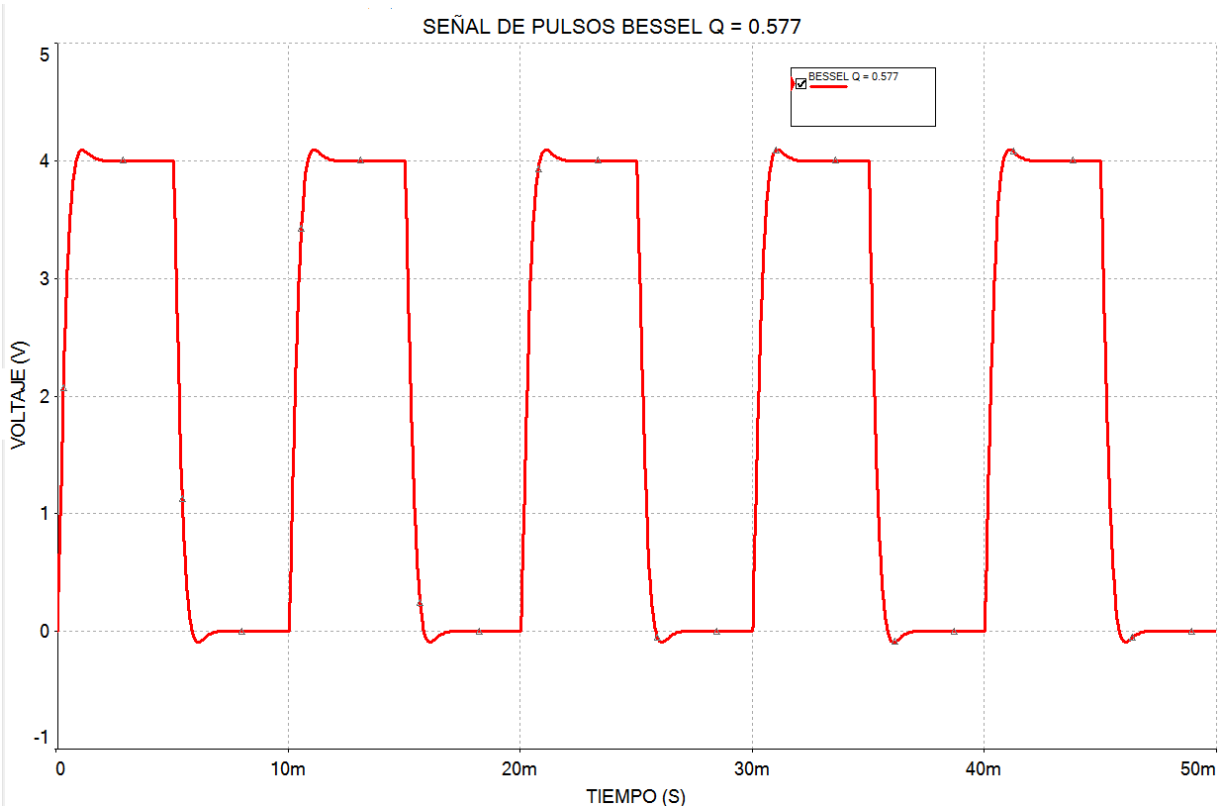


Figura 15. Señal de pulsos en la salida de un filtro Bessel. Por J. Simancas-García, 2017.

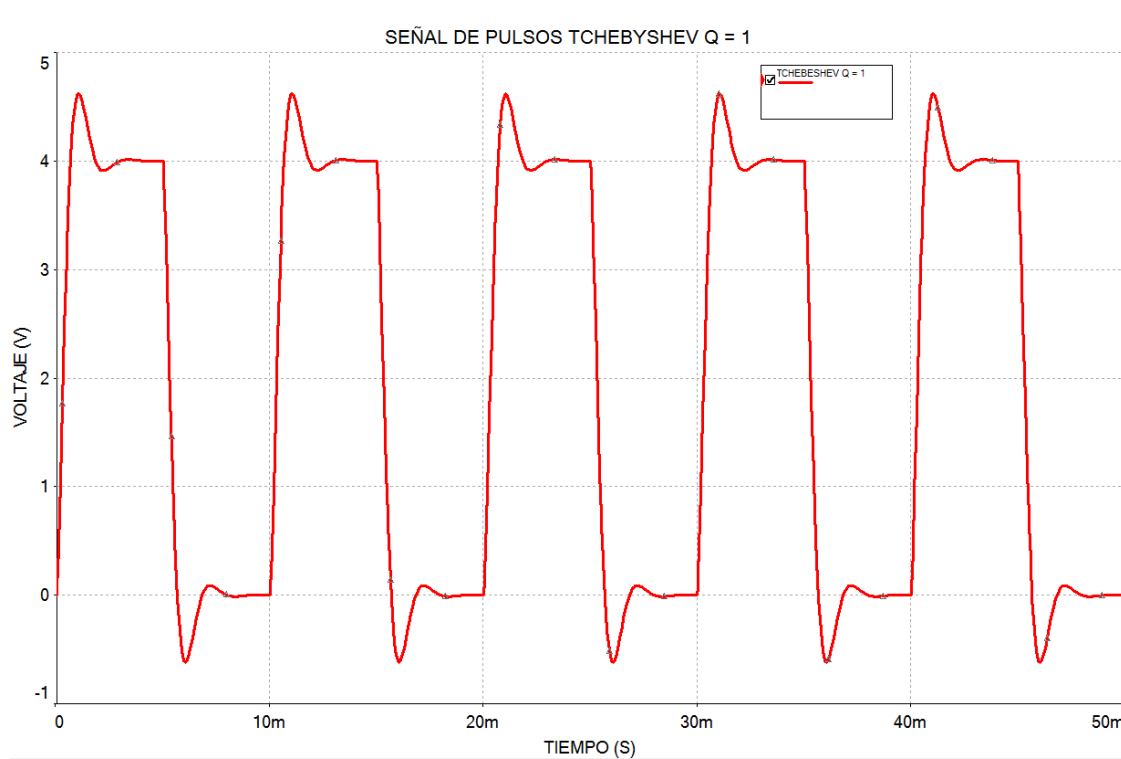


Figura 16. Señal de pulsos en la salida de un filtro Tchebyshev con $Q = 1$. Por J. Simancas-García, 2017.

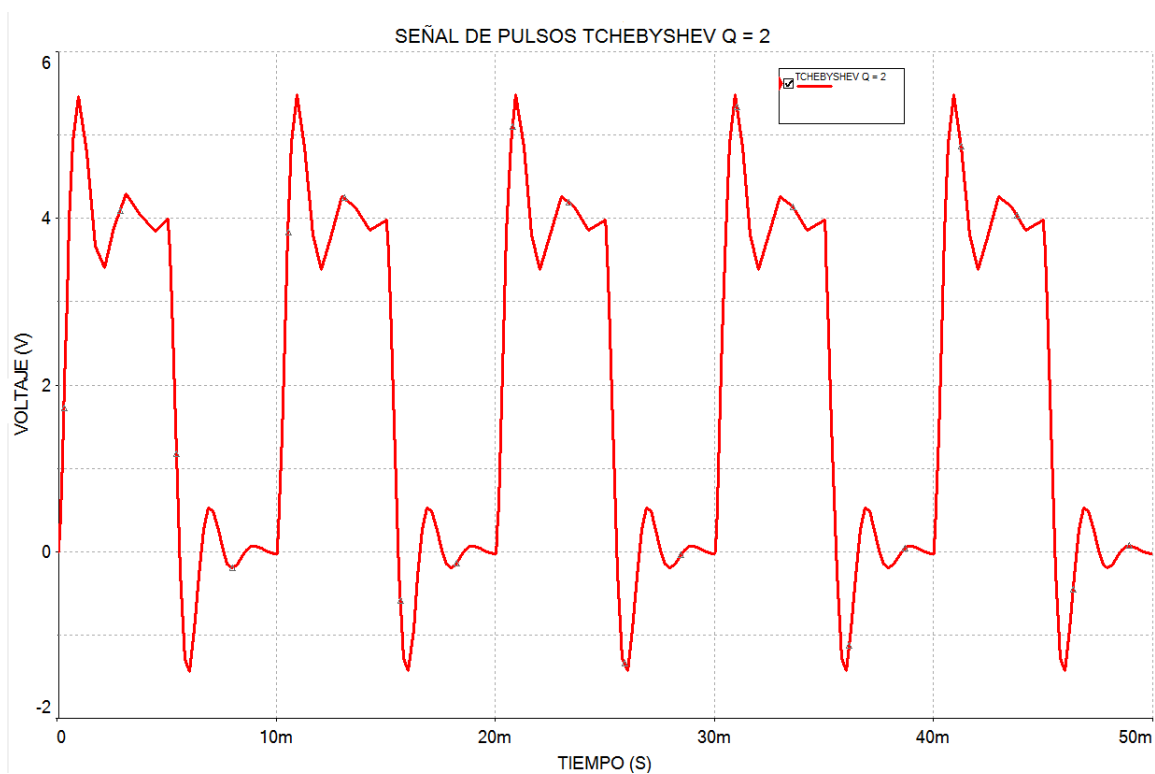


Figura 17. Señal de pulsos en la salida de un filtro Tchebyshev con $Q = 2$. Por J. Simancas-García, 2017.

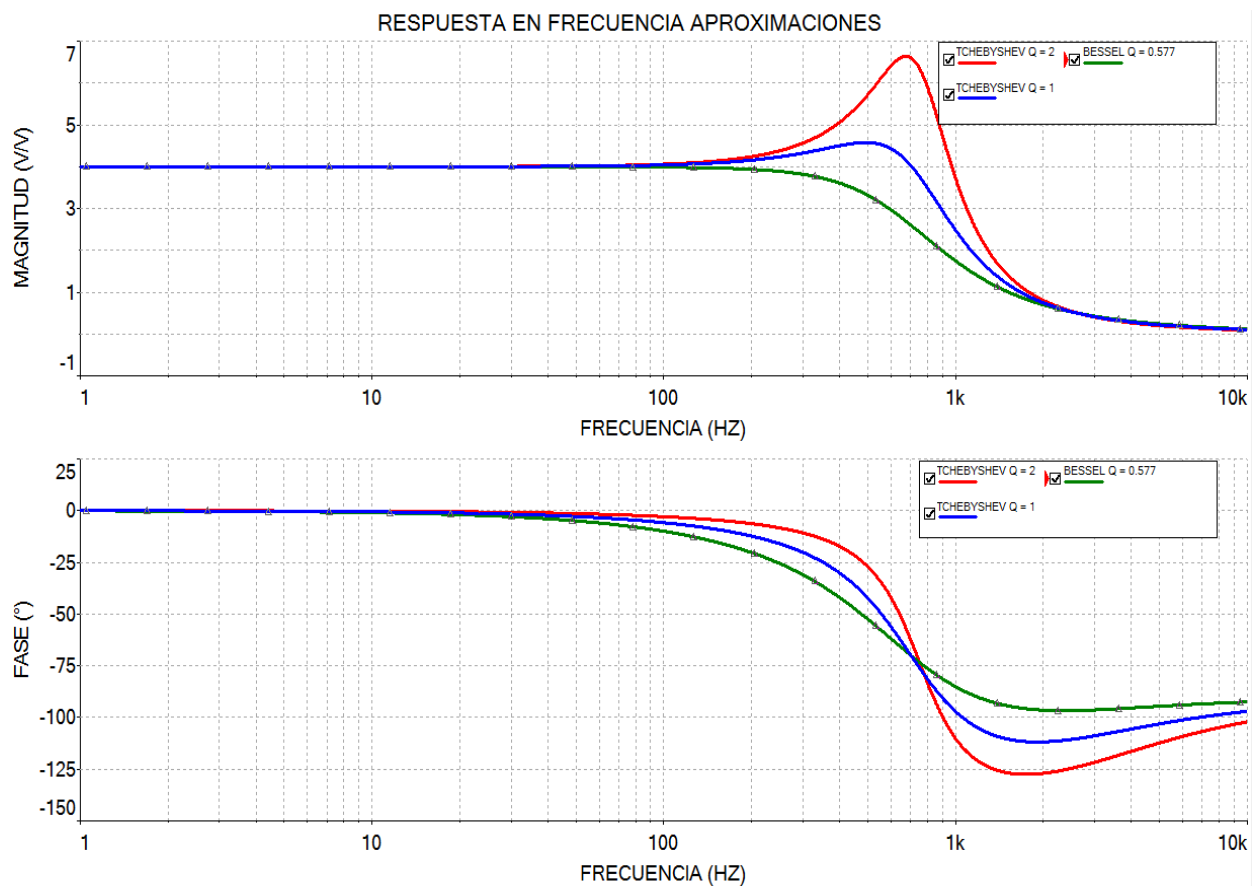


Figura 18. Respuesta en frecuencia de las aproximaciones de filtro implementadas en Multisim®. Por J. Simancas-García, 2017.

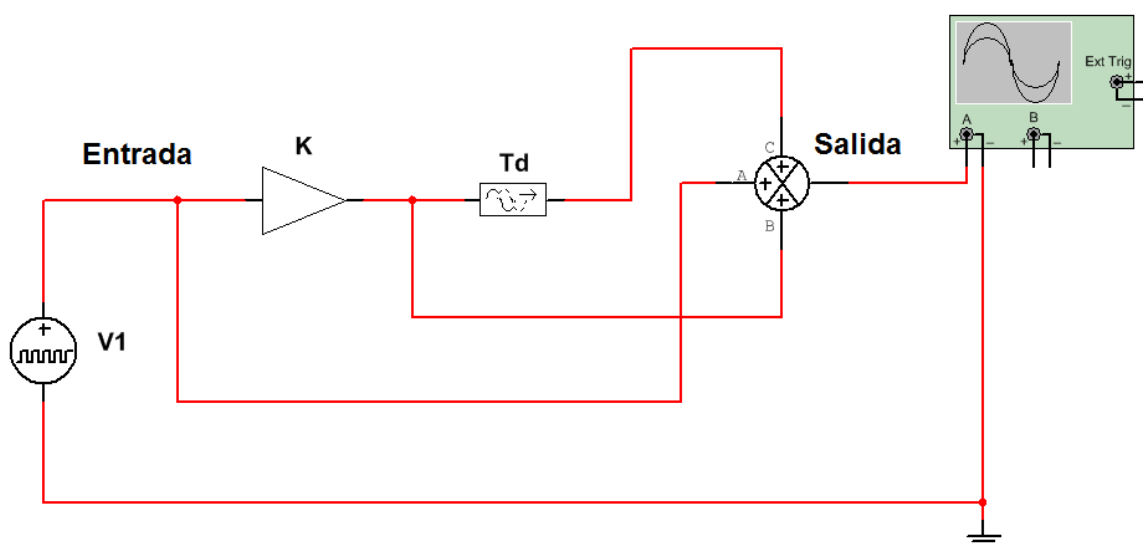


Figura 19. Esquema de sistema Posicast implementado en Multisim®. Por J. Simancas-García, 2017.

En las figuras 67 y 68 se presentan las respuestas a la entrada escalón de los filtros Tchebyshev, sin Posicast y con Posicast. Se evidencia la eliminación del sobre-impulso, con lo cual se comprueba que electrónicamente la topología es viable. En la tabla 16 se presentan los sobre-impulsos en dos versiones del filtro de Tchebyshev, sin usar Posicast y usando Posicast. Falta determinar el efecto de Posicast en la respuesta en frecuencia del filtro, que se puede ver en la figura 69 para la aproximación Tchebyshev con $Q = 1$, para observar el efecto que tiene el uso de Posicast en la respuesta en magnitud de un filtro de este tipo.

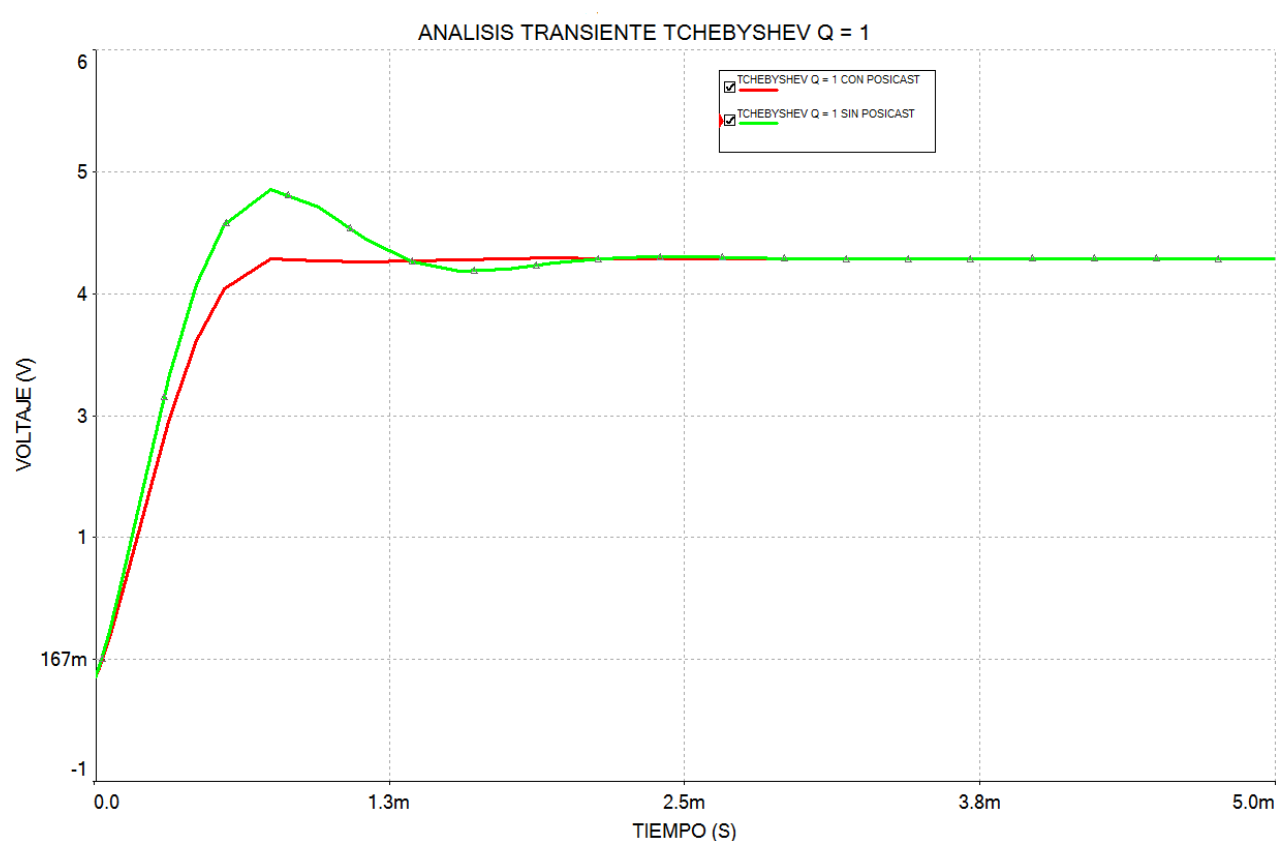


Figura 20. Respuesta transitoria de filtro Tchebyshev $Q = 1$ sin Posicast y con Posicast. Por J. Simancas-García, 2017.

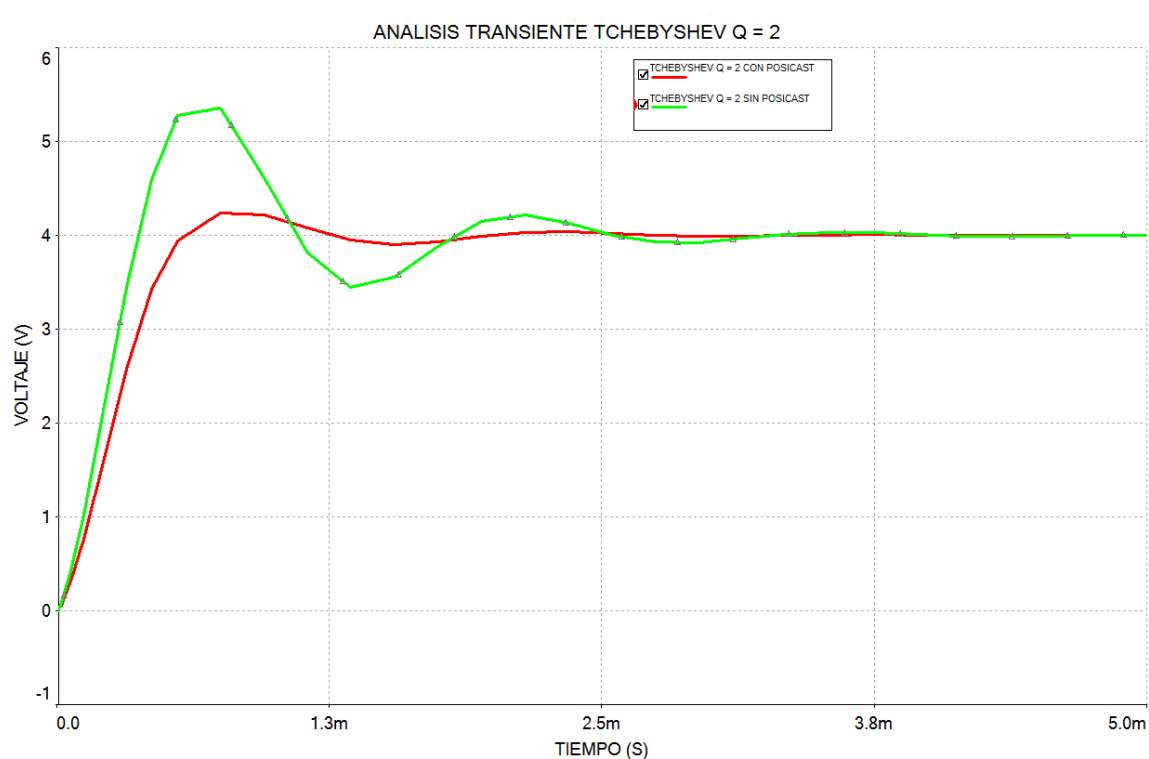


Figura 21. Respuesta transiente de filtro Tchebyshev Q=2 sin Posicast y con Posicast. Por J. Simancas-García, 2017.

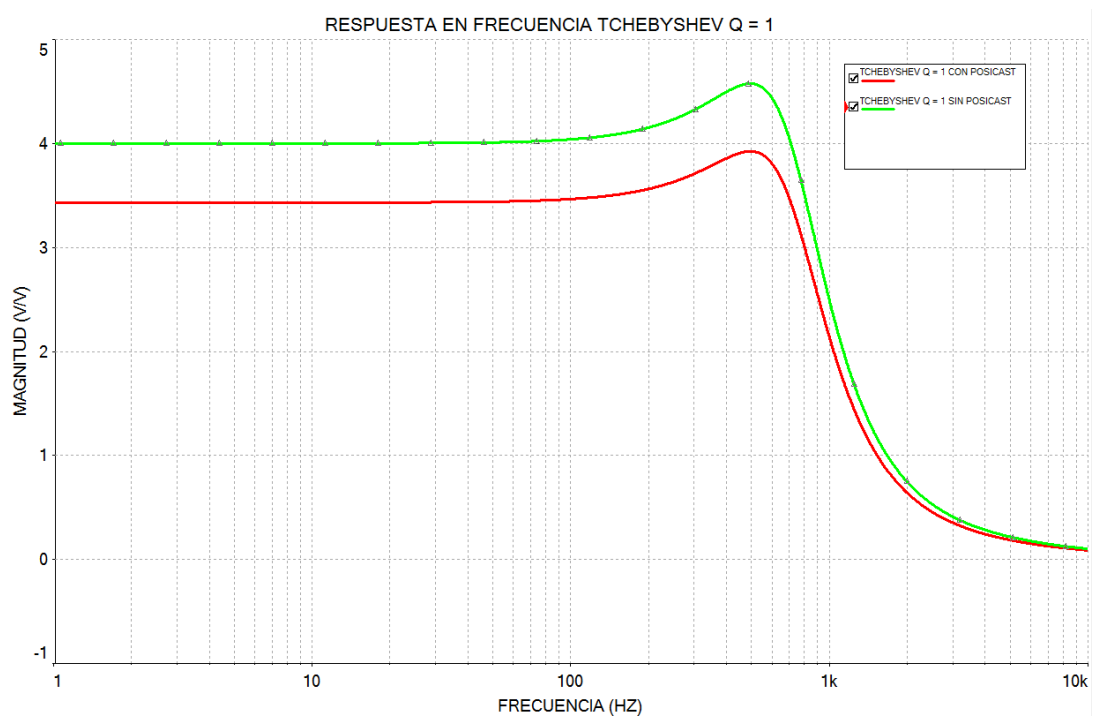


Figura 22. Respuesta en magnitud de filtro Tchebyshev Q=1 sin Posicast y con Posicast. Por J. Simancas-García, 2017.

En la figura 69 se observa que el filtro cuando usa Posicast se vuelve aún más selectivo debido a su mayor pendiente en la banda de transición, a pesar de la reducción de la resonancia en la frecuencia de polo del filtro. Este es un resultado importante, pues la selectividad del filtro depende del nivel de resonancia en esa frecuencia. Para conseguir una mayor selectividad, el filtro debe tener una mayor resonancia. Sin embargo, con Posicast se ha logrado un filtro más selectivo al tiempo que se reduce la resonancia. El impacto negativo ha sido una pérdida de ganancia del 12.5% en la banda de paso del filtro. Esto no supone un problema mayor, pues esto se compensa diseñando el filtro para una ganancia 25% mayor en su forma convencional sin Posicast.

En la figura 70 se presenta la respuesta en fase del filtro sin Posicast y usando Posicast. Es interesante ver que la fase del filtro no ha sufrido cambios, pues en condiciones normales, cuando se mejora la selectividad del filtro se empeora la linealidad de la fase. Esa es la razón por la cual la aproximación Tchebyshev con $Q = 2$ (mayor selectividad), tiene una fase menos lineal que la Tchebyshev con $Q = 1$ (menor selectividad).

En la figura 71, se presenta la respuesta en frecuencia del filtro Tchebyshev con $Q = 2$ y Posicast contrastado con un filtro Bessel. Por tratarse de un filtro con una resonancia mayor, el efecto de reducir el nivel de resonancia, y por ende la reducción en la distorsión temporal, es una pérdida en la ganancia de la banda de paso de 25%. La solución a esta reducción es la misma que en el caso de $Q = 1$, que ya se comentó. Es evidente la superioridad en la banda de transición de la aproximación Tchebyshev con Posicast con su mayor pendiente. La atenuación con respecto a la ganancia en la banda de paso, empieza aproximadamente en la frecuencia de corte especificada $f_o = 1 \text{ kHz}$.

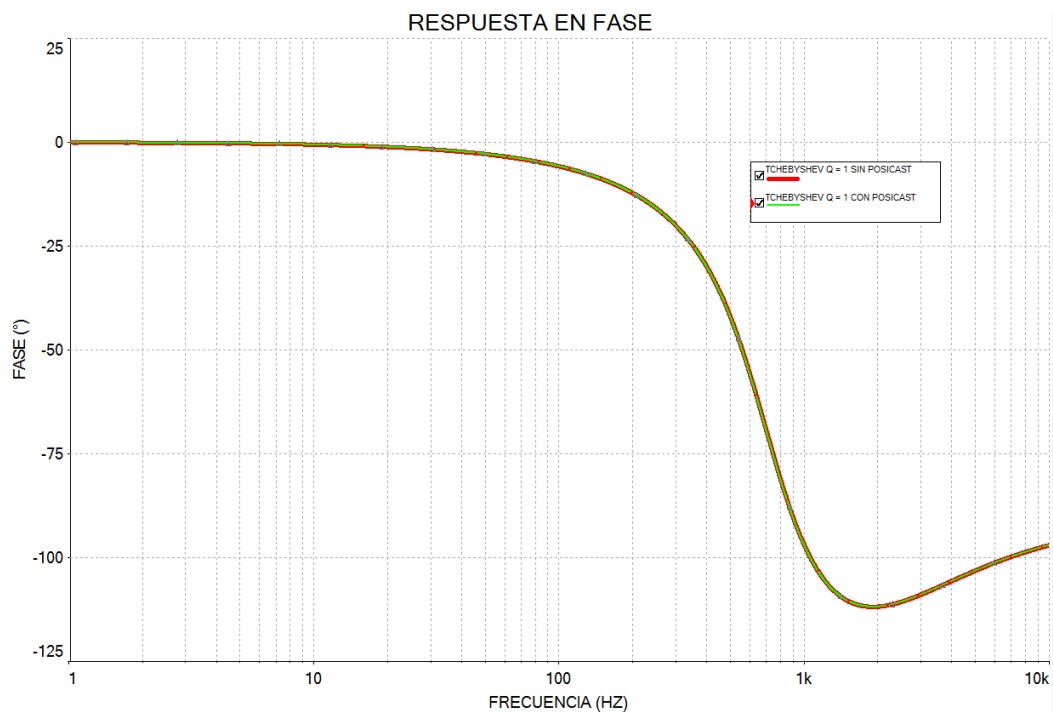


Figura 23. Respuesta en fase de filtros Tchebyshev sin Posicast y con Posicast. Por J. Simancas-García, 2017.

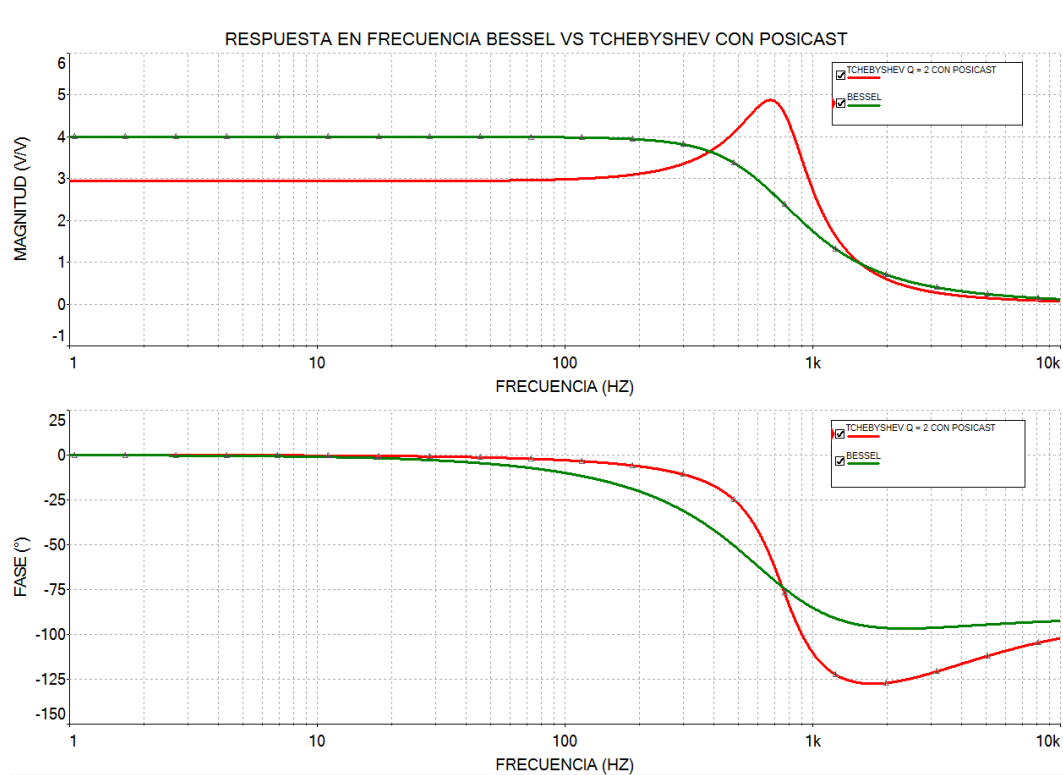


Figura 24. Respuesta en frecuencia de los filtros Bessel y Tchebyshev con Posicast. Por J. Simancas-García, 2017.

En la figura 72 se presenta la salida de la aproximación Tchebyshev con $Q = 2$, sin usar Posicast y usando Posicast, para evidenciar el efecto que este último tiene en la eliminación de la distorsión en señales de pulsos filtradas. En la figura 73 se contrasta el filtro Tchebyshev con $Q = 2$ y el filtro Bessel, para el procesamiento de señales de pulsos. Se evidencia que no existen diferencias significativas entre estos dos filtros en el dominio del tiempo, aunque es sabido que el primero tiene una respuesta en frecuencia superior.

Para analizar el desempeño de estos filtros frente al ruido, se introducen fuentes de ruido térmico, con las siguientes características: Resistencia = $1\text{ G}\Omega$; Temperatura = $300\text{ }^{\circ}\text{C}$; Ancho de Banda = 1 GHz ; Razón de Ruido = 4.0. El ruido se agrega a la señal de pulsos de manera aditiva. En la figura 74 se puede ver una señal de pulsos afectada por este tipo de ruido. En la figura 75 se presentan las señales de salida de los filtros en las aproximaciones Bessel sin Posicast y Tchebyshev ($Q = 1$ y $Q = 2$) con Posicast. Como se puede observar, el ruido en alta frecuencia es eliminado, y quedan las componentes de ruido de baja frecuencia dentro de la banda del filtro, ruido que no es eliminable usando técnicas de filtrado convencional. El filtro de Tchebyshev con $Q = 2$ presenta un nivel de ruido de baja frecuencia mayor, debido al aumento de la amplitud de la componente que se encuentra en la frecuencia de resonancia del circuito, cuyo pico es atenuado pero no eliminado del todo. Sin embargo, es más efectivo eliminando el ruido de alta frecuencia.

Si la aplicación tolera atenuar algunas de las componentes cercanas a la frecuencia de corte dentro de la banda de paso, lo cual es plausible si se tiene en cuenta que el diseñador estará obligado a utilizar la aproximación Bessel para evitar la distorsión temporal, se puede entonces realizar un desplazamiento de la frecuencia del polo a un valor menor. En la figura 76 se ilustra esta situación para el caso de una frecuencia de polo de 500 Hz , que ha desplazado la frecuencia

de corte a 700 Hz en la aproximación Tchebyshev con $Q = 2$. De esta manera se logra que el filtro Tchebyshev elimine mayor cantidad de ruido de alta frecuencia en comparación con el filtro de Bessel. El diseño original del filtro se conserva, en cuanto a los valores de las resistencias, cambiando sólo el valor de los capacitores C_2 y C_3 , para que se ajusten a la nueva frecuencia de corte. El valor obtenido es $C_2 = C_3 = C = 14$ nF. El polo del filtro de Bessel no se desplaza.

El cambio de polo afecta también el comportamiento temporal del filtro, por ende se deben recalcular los parámetros para el sistema Posicast. Para tal fin, se obtiene una vez más la respuesta a la entrada escalón unitario para el filtro con polo modificado, la cual es presentada en la figura 77. En la tabla 17 se presentan los nuevos parámetros de Posicast, con los cuales serán implementado en el simulador Multisim.

En la figura 78 se presenta la salida de los filtros de Bessel y Tchebyshev con el polo modificado ($Q = 2$) usando Posicast, para señales de pulsos contaminadas con ruido. El análisis de ruido realizado por el simulador indica que la cifra de ruido (cociente entre la relación señal a ruido de salida del sistema y la relación señal a ruido de la entrada) es 163.011 dB para el filtro de Bessel, y de 168.2 dB para el filtro de Tchebyshev con Posicast. Lo anterior quiere decir que en la señal que entrega el filtro de Tchebyshev, la cantidad de ruido de alta frecuencia es menor que en el filtro del Bessel, y se consigue mitigar el ruido de baja frecuencia dentro de la banda de interés, consiguiendo mayor estabilidad en los niveles lógicos de la señal pulsada. En la figura 79 se presentan las densidades espectrales de potencia de ruido de los dos sistemas, tanto en la entrada como en la salida. La zona encerrada en un cuadro negro es de interés por encontrarse cerca de 1 kHz, frecuencia de la señal pulsada. La ampliación de la zona marcada se presenta en la figura 80, en donde se puede ver más claramente el espectro de ruido de las señales de salida

de ambos filtros. Se observa que la potencia del ruido en el caso de Tchebyshev con Posicast decae más rápidamente que en el caso del filtro de Bessel.

Tabla 3

Sobre-impulso en filtros Tchebyshev sin Posicast y con Posicast

Filtro	Sin Posicast	Con Posicast
Tchebyshev Q = 1	20 %	1.25 %
Tchebyshev Q = 2	35 %	5 %

Nota: Se resumen los efectos en el sobre-impulso de aplicar Posicast a dos aproximaciones Tchebyshev (Q = 1 y 2). Por J. Simancas-García, 2017.

Tabla 4

Parámetros de Posicast para el filtro con polo modificado implementado en Multisim®

Aproximación	Parámetros para Posicast
Tchebyshev Q = 2	$V_F = 4\text{ V}$ $\delta = 1.3936$ $T_d = 649.8471\text{ us}$ $K = \frac{1.3936}{4 + 1.3936} = 0.2583$

Nota: Se re-diseña la etapa de Posicast para la aproximación Tchebyshev Q = 2 cuyo polo ha sido modificado. Por J. Simancas-García, 2017.

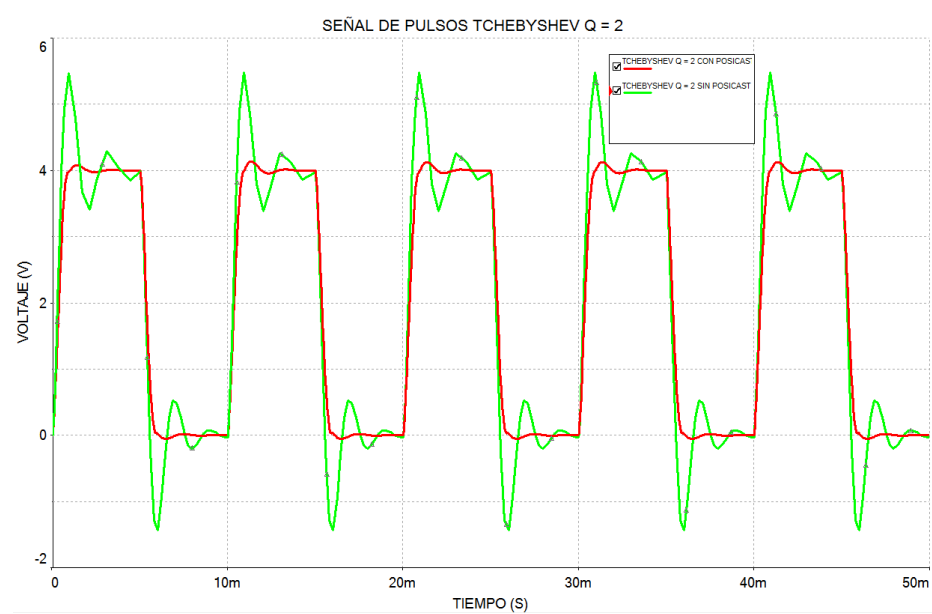


Figura 25. Señal de pulsos en la salida de un filtro Tchebyshev con Q = 2 sin Posicast y con Posicast. Por J. Simancas-García, 2017.

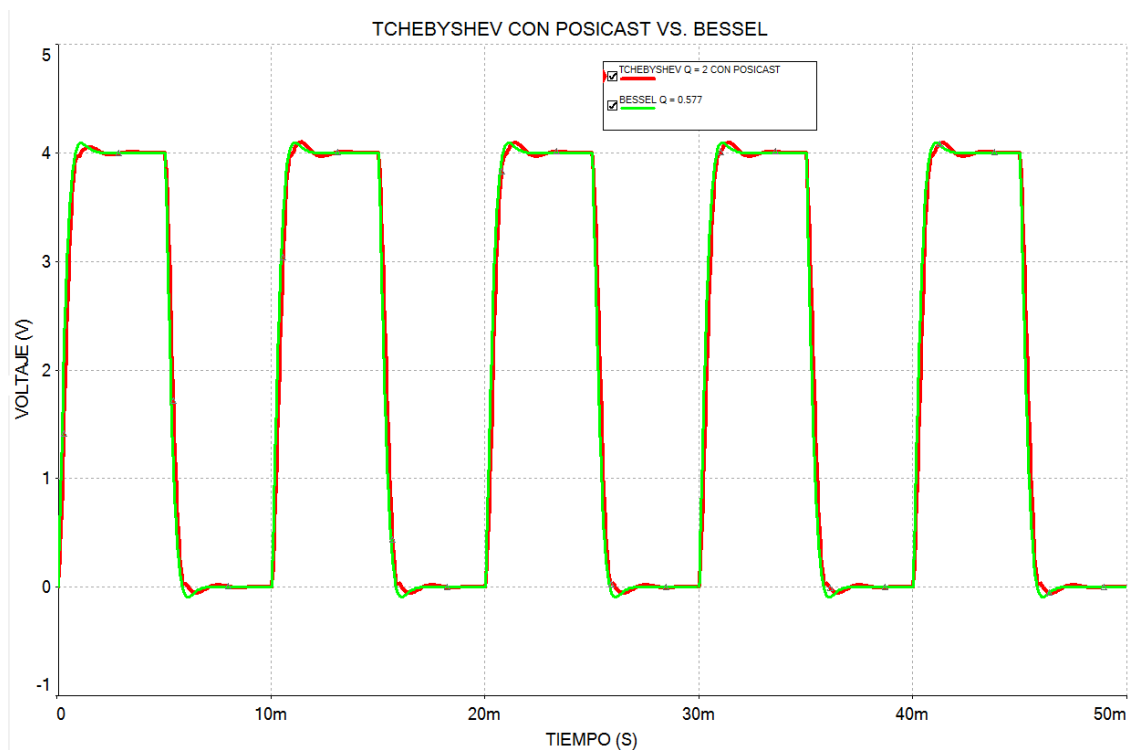


Figura 26. Señal de pulsos en la salida de los filtros Bessel y Tchebyshev $Q = 2$ con Posicast. Por J. Simancas-García, 2017.

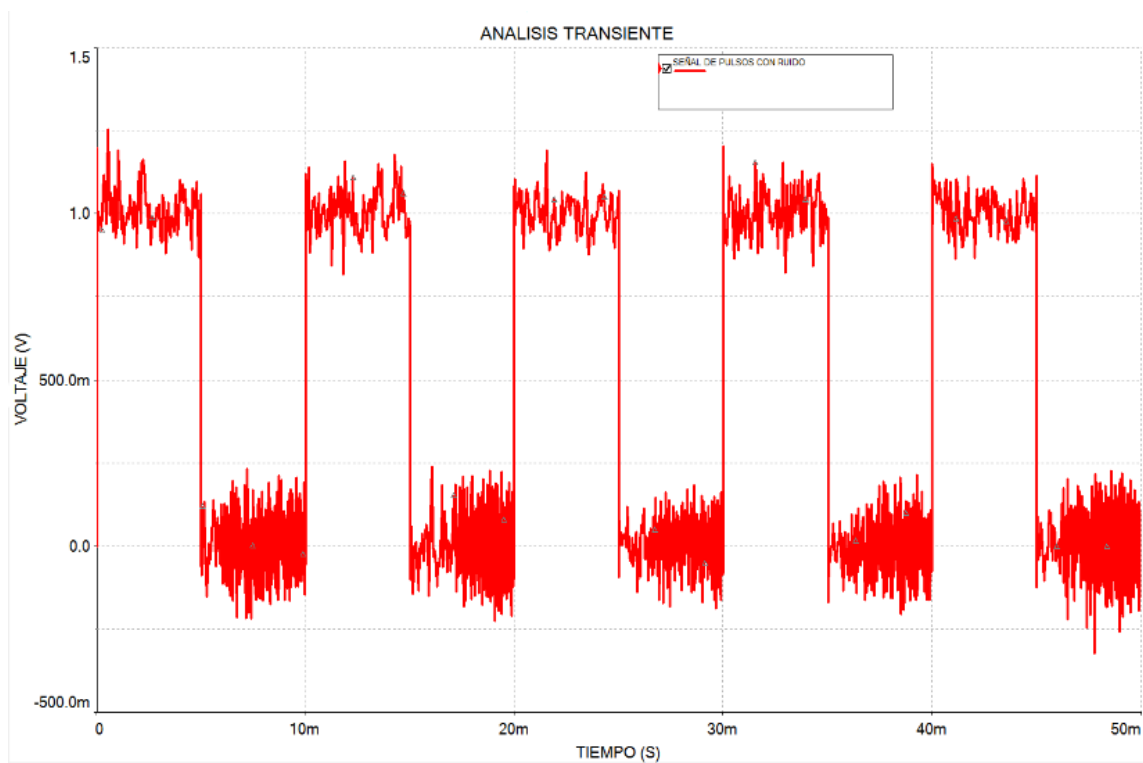


Figura 272. Señal de pulsos afectada por ruido térmico. Por J. Simancas-García, 2017.

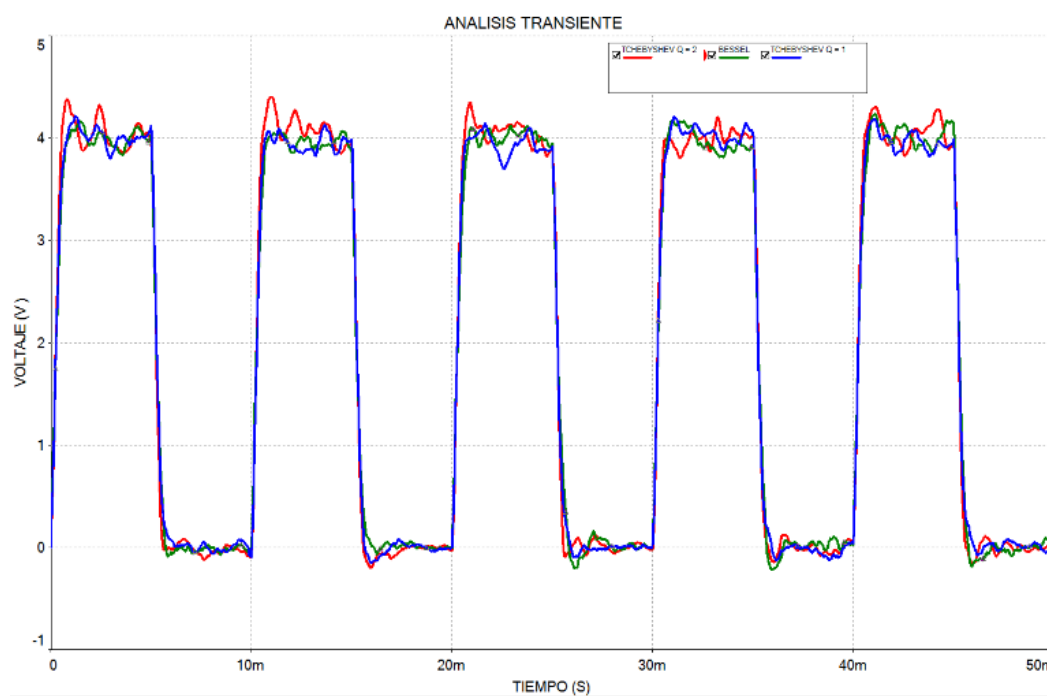


Figura 28. Señal de pulsos con ruido en la salida de los filtros Tchebyshev y Bessel. Por J. Simancas-García, 2017.

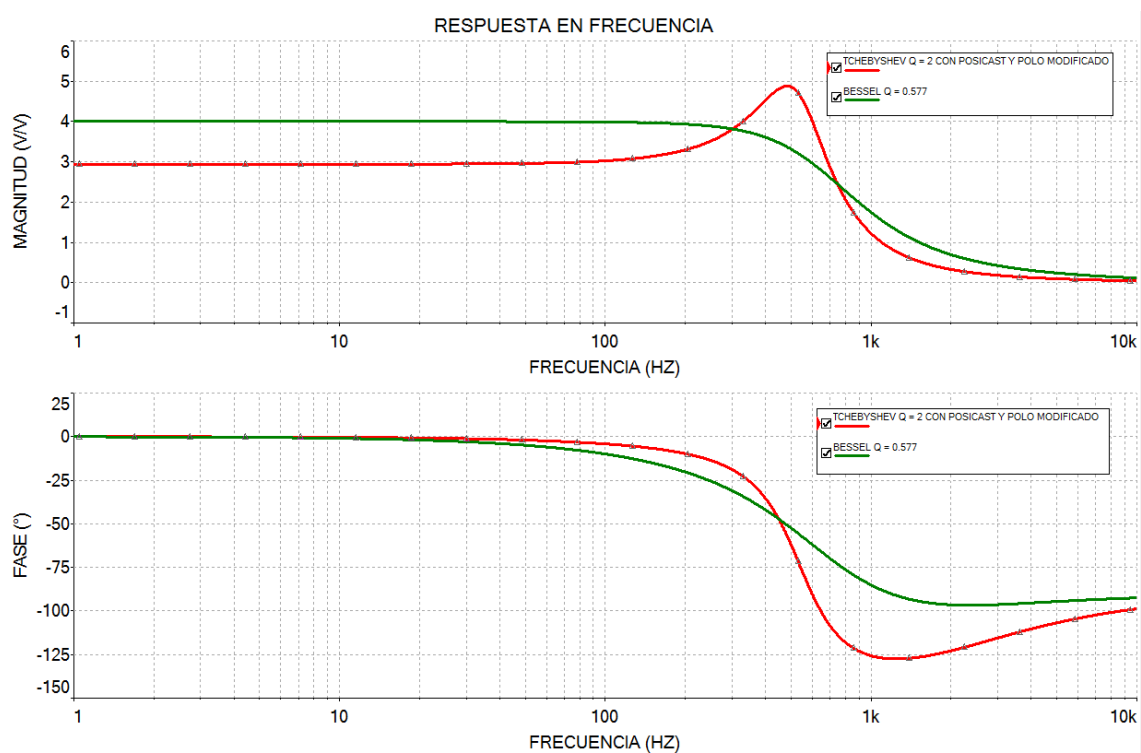


Figura 29. Respuesta en frecuencia de los filtros Bessel y Tchebyshev usando Posicast con polo desplazado. Por J. Simancas-García, 2017.

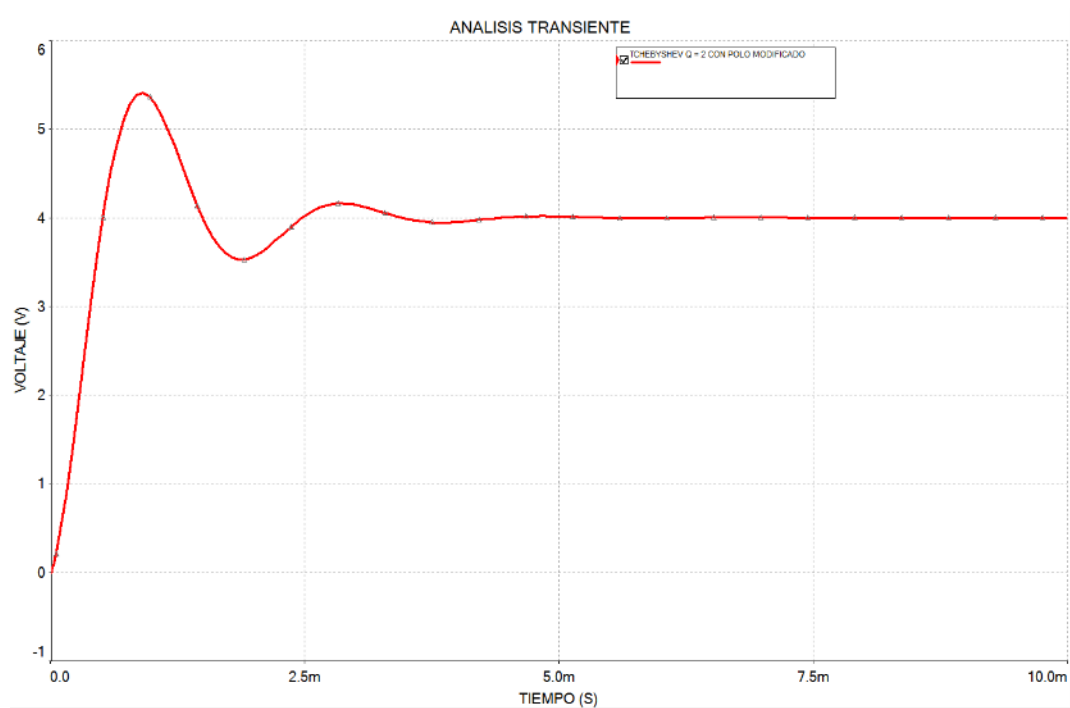


Figura 30. Respuesta transitoria de filtro Tchebyshev $Q = 2$ con Posicast con polo modificado. Por J. Simancas-García, 2017.



Figura 31. Señal de pulsos con ruido en la salida de los filtros Tchebyshev $Q = 2$ con Posicast y Bessel. Por J. Simancas-García, 2017.

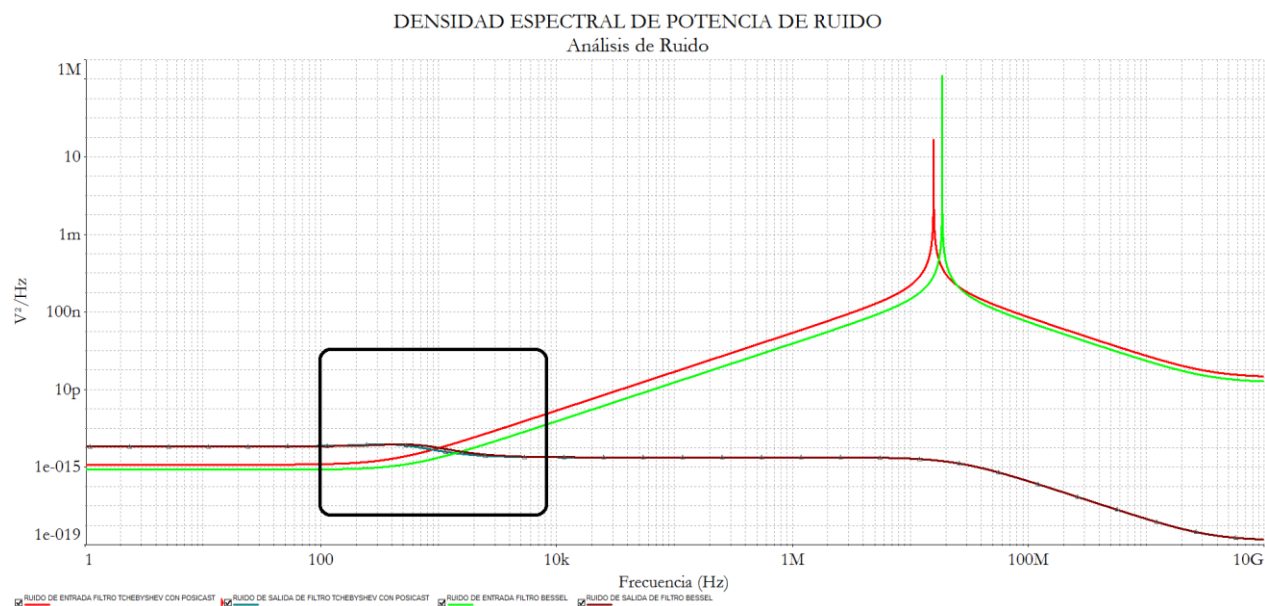


Figura 32. Densidades espectrales de potencia de ruido del sistema. Por J. Simancas-García, 2017.

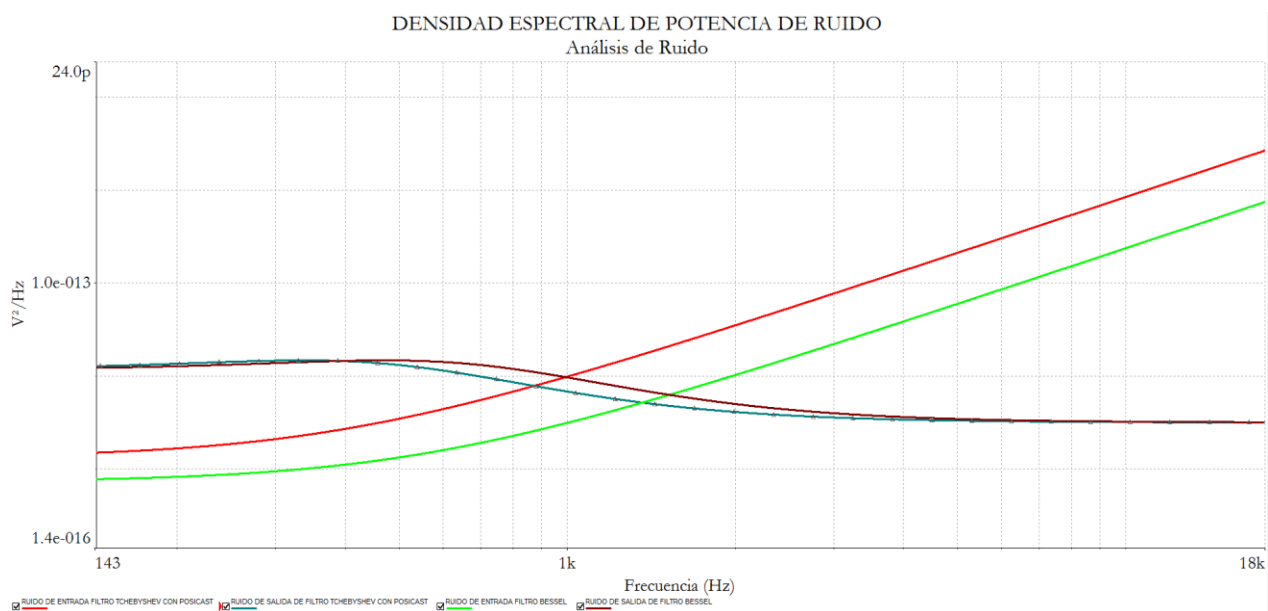


Figura 33. Ampliación de la zona de interés en Densidad Espectral de Potencia. Por J. Simancas-García, 2017.

Conclusiones

- Una vez finalizada esta investigación se puede concluir que existen ciertas condiciones en las cuales, los filtros electrónicos usados en instrumentación para el tratamiento de las señales de pulsos, presentan un comportamiento ligeramente amortiguado, generando distorsiones en las señales digitales, que pueden llegar a comprometer la integridad de estas últimas y afectar el correcto funcionamiento de un sistema que las utilice. Lo anterior hace que los filtros Tchebyshev, para distintos valores de Q , se conviertan en candidatos adecuados para el uso de la técnica de *pre-shaping* Posicast, con el objetivo de eliminar las distorsiones por sobre-impulsos. Existen aproximaciones de filtros, como la de Bessel, que no presentan sobre-impulsos, pero con la desventaja de un desempeño en frecuencia inferior al de Tchebyshev.
- Se diseñaron filtros genéricos de Bessel y Tchebyshev mediante factores de segundo orden en Matlab, donde se caracterizaron en frecuencia y en tiempo, así como el efecto del filtrado en las señales de pulsos. Se determinaron los parámetros del sistema Posicast para el comportamiento ligeramente amortiguado de las aproximaciones Tchebyshev, y se implementaron en Matlab. La aplicación de Posicast a los filtros que lo requirieron, y la caracterización en tiempo y frecuencia de los nuevos filtros obtenidos, permitió evidenciar que las técnicas de *pre-shaping* logran eliminar la distorsión de las señales de pulsos de los filtros, manteniendo el desempeño en frecuencia. Incluso, en las simulaciones de Matlab, se observa un mejoramiento en la banda de transición de la respuesta en frecuencia, haciéndolos más adecuados para la eliminación de ruido. Se evidenció la reducción del tiempo de establecimiento en los filtros cuando se usa Posicast, permitiendo el filtrado de señales de pulsos de mayor frecuencia, generadas por codificadores de posición ópticos usadas en motores de alta velocidad.
- Se llevaron a cabo unos ejercicios de simulación mediante implementaciones electrónicas de los filtros en Multisim, así como el sistema Posicast. Se presentó la caracterización en tiempo y frecuencia de los filtros electrónicos diseñados. Se obtuvieron los parámetros de Posicast, y se aplicaron a los filtros con aproximación Tchebyshev, que lo requerían debido a las distorsiones que ocasionaban en las señales de pulsos. Se evidenció la

reducción de sobre-impulso en los filtros a porcentajes tolerables, por la reducida distorsión que ahora los filtros introducían a las señales. Se corroboró que la respuesta en frecuencia de los filtros a los que se aplicó Posicast, mejoró su banda de transición, aunque en las simulaciones electrónicas no se observa una eliminación de la resonancia en la frecuencia de polo de los filtros. También se observó una reducción en la ganancia general del filtro activo de 25%, aproximadamente.

- Se añadió ruido térmico a los ejercicios de simulación. Se evidencia que los filtros con Posicast eliminan mejor el ruido de alta frecuencia, pero empeoran el ruido de baja frecuencia en la banda de interés, pues la resonancia en la frecuencia de polo aunque se ha reducido, sigue presente aumentando la amplitud de las componentes de ruido en esa frecuencia y sus vecinas. Empíricamente se trasladó el polo a una frecuencia menor, consiguiendo mejorar el desempeño frente al ruido de baja frecuencia del filtro Tchebyshev.
- En general, según los resultados simulados de esta investigación, Posicast se presenta como una técnica que podría resultar adecuada para eliminar la distorsión provocada por los filtros con mejor desempeño en la respuesta en frecuencia, impactando positivamente el acondicionamiento de señales de pulsos usadas en instrumentación, en aplicaciones reales industriales. La implementación física de la aproximación aquí estudiada se deja como trabajo futuro.

Referencias

- Abidi, K., Yildiz, Y., & Korpe, B. (2015). Explicit adaptive time-delay compensation for bilateral teleoperation. Trabajo presentado en *Control and Decision Conference (CCDC) 2015 27th Chinese*. Recuperado de <http://ieeexplore.ieee.org/document/7162505/>
- Albustani, H. (2004). *Modelling methods for testability analysis of analog integrated circuits based on pole-zero analysis*. (Tesis de maestría). Recuperado de <http://duepublico.uni-duisburg-essen.de/go/duett-09082004-113805>
- Carlson, A., & Crilly, P. (2010). *Communication Systems, 4e*. New York, United States: McGraw-Hill.
- Cook, G. (1966). An application of half-cycle Posicast. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 11(3), 4. Recuperado de <http://ieeexplore.ieee.org/document/1098367/>
- Couch, L. W. (2013). *Digital and analog communication systems, 8e*. New Jersey, United States: Pearson Education.
- Cutforth, C., & Pao, L. (2002). Analysis and design of an adaptive input shaper for the control of flexible structures. Trabajo presentado en *Proceedings of the American Control Conference, 2002*. Recuperado de <http://ieeexplore.ieee.org/document/1023913/>
- Dorf, Richard C (2011). *Modern Control Systems*. New Jersey, United States: Pearson Prentice Hall.
- Dorf, R. C. (1997). *The electrical engineering handbook*. CRC Press. Recuperado de [http://www.rollanet.org/~n0klu/Ham_Radio/\(eBook\)%20Electronics%20-%20The%20Electrical%20Engineering%20Handbook.pdf](http://www.rollanet.org/~n0klu/Ham_Radio/(eBook)%20Electronics%20-%20The%20Electrical%20Engineering%20Handbook.pdf)

- Feng, Q., Hung, J., & Nelms, R. (2002). The application of posicast control to DC-DC converters. Trabajo presentado en *37th Intersociety Energy Conversion Engineering Conference 2002*. Recuperado de <http://ieeexplore.ieee.org/document/1392132/>
- Feng, Q., Hung, J., & Nelms, R. (2003). Digital control of a boost converter using Posicast. Trabajo presentado en *Eighteenth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2003*. Recuperado de <http://ieeexplore.ieee.org/document/1179337/>
- Feng, Q., Nelms, R., & Hung, J. (2006). Posicast-based digital control of the buck converter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 53(3). Recuperado de <http://ieeexplore.ieee.org/document/1637816/>
- Franco, S. (2002). *Design with operational amplifiers and analog integrated circuits*. New York, United States: McGraw-Hill.
- Gonzalez, E., Hung, J., Dorcak, L., Terpak, J., & Petras, I. (2013). Posicast control of a class of fractional-order processes. *Central European Journal of Physics*, 11(6). Recuperado de <https://link.springer.com/article/10.2478/s11534-013-0284-3>
- Häuptle, P., Hubinskú, P., & Gruhler, G. (2011). Harmonic modulated feedback in control to lower oscillations in mechatronic systems. Trabajo presentado en *11th International Conference on Control, Automation and Systems 2011*. Recuperado de <http://ieeexplore.ieee.org/document/6106432/>
- Haykin, S. S., & Van Veen, B. (2001). *Señales y sistemas*. México D.F., México: Limusa.
- Hung, J. Y. (2002). Application of Posicast principles in feedback control. Trabajo presentado en *Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics 2002*, 2. Recuperado de <http://ieeexplore.ieee.org/document/1026340/>

- Hung, J. Y. (2003). Feedback control with posicast. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 50(1). Recuperado de <http://ieeexplore.ieee.org/document/1174064/>
- Hyde, J., & Seering, W. (1991). Using input command pre-shaping to suppress multiple mode vibration. Trabajo presentado en *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation 1991*. Recuperado de <http://ieeexplore.ieee.org/document/132020/>
- Kalantar, M. (2010). Posicast control within feedback structure for a DC–DC single ended primary inductor converter in renewable energy applications. *Applied Energy*, 87(10). Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0306261910001194>
- Kojima, H., & Singhose, W. (2007). Adaptive Deflection-Limiting Control for Slewing Flexible Space Structures. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 30(1). Recuperado de <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/1.23668>
- Kumar, K., & Jeevananthan, S. (2011). Design of a Hybrid Posicast Control for a DC-DC Boost Converter operated in Continuous Conduction mode. Trabajo presentado en *International Conference on Emerging Trends in Electrical and Computer Technology 2011*. Recuperado de <http://ieeexplore.ieee.org/document/5760123/>
- Maloney, T. J. (2004). *Modern industrial electronics*. New Jersey, United States: Pearson/Prentice-Hall.
- Malvino, A. (2015). *Electronic principles* (7th ed.). New York, United States: McGraw-Hill.
- Masoudi, S., & Feyzi, M. (2009). Speed control in vector controlled induction motors. Trabajo presentado en *Proceedings of the 44th International Universities Power Engineering Conference 2009*. Recuperado de <http://ieeexplore.ieee.org/document/5429409/>
- Morshed, M., & Fekih, A. (2016). A fault-tolerant control paradigm for microgrid-connected

- wind energy systems. *IEEE Systems Journal*, PP(99). Recuperado de <http://ieeexplore.ieee.org/document/7458807/>
- Nakano, M., Matsuo, Y., & Koga, T. (1989). Finite time settling compensation using hysteresis element. Trabajo presentado en *15th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society 1989*. Recuperado de <http://ieeexplore.ieee.org/document/69656/>
- Paarmann, L. D. (2001). *Design and analysis of analog filters : a signal processing perspective*. New York, United States: Kluwer Academic Publishers.
- Pardo Carpio, F., & Boluda Grau, J. A. (2004). *VHDL Lenguaje para síntesis y modelado de circuitos*. México D.F., México: Ra-Ma.
- Pérez García, M. A. (2014). *Instrumentación electrónica*. Madrid, España: Thomson Editores-Paraninfo.
- Rahimi, M. (2012). Improvement of timing specifications in second order electronic systems using programmable CMOS Posicast pulse shapers. Trabajo presentado en *20th Iranian Conference on Electrical Engineering 2012*. Recuperado de <http://ieeexplore.ieee.org/document/6292375/>
- Rashid, M. H. (2011). *Microelectronic circuits : analysis and design*. Canada: Cengage Learning.
- Rasoulzadeh, M. (2009). Oscillation controlled electronic systems design using Posicast-based pulse pre-shaping. Trabajo presentado en *52nd IEEE International Midwest Symposium on Circuits and Systems 2009*. Recuperado de <http://ieeexplore.ieee.org/document/5236160/>
- Rasoulzadeh, M. (2010). A novel method for oscillation canceling of CMOS operational amplifiers using Posicast. Trabajo presentado en *2010 International SoC Design*

Conference. Recuperado de <http://ieeexplore.ieee.org/document/5682883/>

Rasoulzadeh, M., & Ghaznavi-Ghouschi, M. (2009). Design and Implementation of a CMOS

Posicast Pre-Shaper For Vibration Reduction of Op-Amps. Trabajo presentado en

Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science 2009, I.

Recuperado de [http://www.iaeng.org/publication/WCECS2009/WCECS2009_pp174-](http://www.iaeng.org/publication/WCECS2009/WCECS2009_pp174-177.pdf)

177.pdf

Raut, R., & Swamy, M. (2010). *Modern Analog Filter Analysis and Design: A Practical*

Approach. Weinheim, Germany: WILEY-VCH Verlag & Co.

Sallen, R., & Key, E. (1955). A practical method of designing RC active filters. *IRE*

Transactions on Circuit Theory, 2(1). Recuperado de

<http://ieeexplore.ieee.org/document/6500159/>

Schwartz, M. (1990). *Information transmission, modulation, and noise*. New York, United

States: McGraw-Hill.

Sedra, A. S., & Smith, K. C. (2010). *Microelectronic circuits*. United States: Oxford University

Press.

Singer, N. (1989). *Residual vibration reduction in computer controlled machines* (Technical

Report 1030 MIT Artificial Intelligence Laboratory) Recuperado de

<https://dspace.mit.edu/handle/1721.1/6844>

Singer, N. C., & Seering, W. P. (1990). Preshaping Command Inputs to Reduce System

Vibration. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 112(1). Recuperado de

<http://dynamicsystems.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1404683>

Singh, T., & Singhose, W. (2002). Input shaping/time delay control of maneuvering flexible

structures. Trabajo presentado en *Proceedings of the American Control Conference*, 2002.

Recuperado de <http://ieeexplore.ieee.org/document/1023813/>

Singhose, W. (2009). Command shaping for flexible systems: A review of the first 50 years.

Trabajo presentado en *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 10(4). Recuperado de <https://link.springer.com/article/10.1007/s12541-009-0084-2>

Singhose, W., Crain, E., & Seering, W. (1997). Convolved and simultaneous two-mode input

shapers. *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, 144(6). Recuperado de <http://ieeexplore.ieee.org/document/645935/>

Smith, O. (1957). Posicast Control of Damped Oscillatory Systems. Trabajo presentado en

Proceedings of the IRE, 45(9). Recuperado de <http://ieeexplore.ieee.org/document/4056681/>

Valderrama, F. F., C, H. M., & Vega, H. M. (2013). Análisis, simulación y control de un

convertidor de potencia DC- DC tipo boost. *Ingenium Revista de La Facultad de Ingeniería*, 12(24). Recuperado de <http://revistas.usb.edu.co/index.php/Ingenium/article/view/1295>

Van Valkenburg, M. E. (1982). *Analog filter design*. New Yor, United States: CBS College Publishing.